B44

a) $\bar{r}(t) = (1+\cos(2t), \sin(2t), 2\sin(t))$ $t \in [-\pi, \pi]$

$\bar{r}(-\pi) = (2,0,0) = \bar{r}(\pi)$ så sluten

Vill se om den är enkel dvs om det finns $-\pi \leq s < t \leq \pi$, så att $\bar{r}(s) = \bar{r}(t)$ och sådant att $(s,t) \neq (-\pi, \pi)$

$$\begin{cases} x(t) = x(s) \\ y(t) = y(s) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos(2t) = \cos(2s) \\ \sin(2t) = \sin(2s) \end{cases} \Leftrightarrow 2s = 2t + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow s = t + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

För att ha $-\pi \leq s < t \leq \pi$ och $(s,t) \neq (-\pi, \pi)$ behövs $s = t + \pi$

För att ha $z(t) = z(s)$ behövs $\sin(t) = \sin(s) = \sin(t+\pi) = -\sin(t)$ alltså att $\sin(t) = 0$

Då är $t = \pi k$ $k \in \mathbb{Z}$. Och k där $t, s \in [-\pi, \pi]$ är $t = 0$ och $t = \pi$ vilka ger $s = -\pi$ respektive π

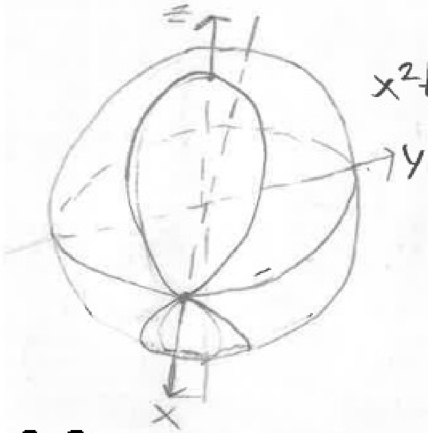
Vi har $\bar{r}(0) = (2,0,0) = \bar{r}(\pi)$ så kurvan är ej enkel (i en punkt)

b) $x^2+y^2+z^2=(1+\cos(2t))^2+\sin^2(2t)+(2\sin(t))^2$

$=1+2\cos(2t)+\cos^2(2t)+\sin^2(2t)+4\sin^2(t)$

$=1+2(1-2\sin^2(t))+1+4\sin^2(t)=4$

c) $(x-1)^2+y^2=(1+\cos(2t)-1)^2+\sin^2(2t)=\cos^2(2t)+\sin^2(2t)=1$



$x^2+y^2+z^2=4$

$\gamma(\pm\frac{\pi}{2})=(0,0,\pm 2)$

9.3

a) $r(t)=(t,t) \quad t\in[0,2] \Rightarrow dx=dt,\ dy=dt$

$\int_\gamma (x^2+xy)dx+(y^2-xy)dy=\int_0^2(t^2+t\cdot t)dt+(t^2-t\cdot t)dt$

$=\int_0^2 2t^2\,dt=\left[\frac{2}{3}t^3\right]_0^2=\frac{16}{3}$

b) $r(t)=(t,\frac{t^2}{2}) \quad t\in[0,2] \Rightarrow dx=dt,\ dy=t\,dt$

$\int_\gamma (x^2+xy)dx+(y^2-xy)dy=\int_0^2\left(t^2+t\cdot\frac{t^2}{2}\right)dt+\left(\left(\frac{t^2}{2}\right)^2-t\,\frac{t^2}{2}\right)t\,dt$

$=\int_0^2\left(\frac{t^5}{4}-\frac{t^4}{2}+\frac{t^3}{2}+t^2\right)dt=\left[\frac{t^6}{24}-\frac{t^5}{10}+\frac{t^4}{8}+\frac{t^3}{3}\right]_0^2$

$=\frac{8}{3}-\frac{16}{5}+2+\frac{8}{3}=\frac{62}{15}$

c) $r(t)=\begin{cases}(2t,0) & t\in[0,1]\\ (2,2t-2) & t\in[1,2]\end{cases} \Rightarrow dx=\begin{cases}2dt & t\in[0,1]\\ 0dt & t\in[1,2]\end{cases} \quad dy=\begin{cases}0dt & t\in[0,1]\\ 2dt & t\in[1,2]\end{cases}$

$\int_\gamma (x^2+xy)dx+(y^2-xy)dy=\int_0^1((2t)^2+2t\cdot 0)2dt+\int_1^2((2t-2)^2-2(2t-2))2dt$

$=\int_0^1 8t^2\,dt+\int_1^2 8(t^2-3t+2)dt=\left[8\frac{t^3}{3}\right]_0^1+\left[8\left(\frac{t^3}{3}-3\frac{t^2}{2}+2t\right)\right]_1^2$

$=\frac{8}{3}+8\left(\frac{8}{3}-6+4\right)-8\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2\right)=\frac{64}{3}-20=\frac{4}{3}$