

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

$$\begin{array}{r|l|l} \text{Max} & 30 \text{ p} & \text{B} & 24 \text{ p} & \text{D} & 18 \text{ p} \\ \text{A} & 27 \text{ p} & \text{C} & 21 \text{ p} & \text{E} & 15 \text{ p} \end{array}$$

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade formel- och tabellsamlingar samt utdelad miniräknare.

1. (a) Lös olikheten  $\frac{2}{x} \leq 3 - x$ . (3p)

(b) Bestäm inversen till funktionen  $f(x) = \ln(e^{2x} + 1)$  (2p)

2. Rita grafen (5p)

$$y = 2 \ln |x - 1| - \ln(x^2 + 1)$$

Ange speciellt alla asymptoter och lokala extremvärden.

3. (a) Lös ekvationssystemet (3p)

$$\begin{cases} x & -z + 3w = 7 \\ 2x + y & + 9w = 17 \\ 2x + 6y + 10z + 23w = 30 \end{cases}$$

(b) Låt  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ . Bestäm inversen till  $A$  och genomför kontroll av att ditt resultat är korrekt. (2p)

4. (a) Avgör om den generaliserade integralen (2p)

$$\int_3^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

är konvergent, och ange i så fall dess värde.

(b) Lös begynnelsevärdesproblemet (3p)

$$\begin{cases} y' = 2x(y - 1) \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Var god vänd!

5. Av den vuxna befolkningen i en kommun är det 75% som har körkort för bil och 37% som äger en bil. Av de med körkort är det 48% som äger en bil. Vi väljer en person slumpmässigt ur denna befolkning.
- (a) Beräkna sannolikheten att personen både har körkort för bil och äger en bil. (1p)
  - (b) Beräkna sannolikheten att personen varken har körkort för bil eller äger en bil. (2p)
  - (c) Beräkna sannolikheten att personen har körkort för bil betingat av att personen äger en bil. (1p)
  - (d) Är händelserna "att ha körkort för bil" och "att äga en bil" oberoende händelser? Motivera ditt svar tydligt. (1p)
6. En studie av smittspridningen av hepatit E-virus bland älgar i två olika områden visade att 53 av 249 undersökta älgar var infekterade med virus i det ena området och 46 av 253 i det andra området. Resultatet visas i tabellen nedan.

Område	Smittade	Ej smittade	Totalt
1	53	196	249
2	46	207	253

- (a) Gör en statistisk bedömning av om proportionen smittade älgar skiljer sig åt mellan de två områdena. Du kan anta att de undersökta älgarna utgör slumpmässiga stickprov från två mycket stora älgpopulationer. (3p)
  - (b) Anta nu att de undersökta älgarna kommer från en och samma älgpopulation och beräkna ett 95% konfidensintervall för proportionen smittade älgar i den populationen. (2p)
- Ledning: Slå ihop de två stickproven till ett stickprov.*