

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

$$\begin{array}{r|l|l} \text{Max} & 30 \text{ p} & \text{B} & 24 \text{ p} & \text{D} & 18 \text{ p} \\ \text{A} & 27 \text{ p} & \text{C} & 21 \text{ p} & \text{E} & 15 \text{ p} \end{array}$$

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade formel- och tabellsamlingar samt utdelad miniräknare.

1. (a) Bestäm inversen till funktionen $f(x) = 2 \ln(x - 3)$. (2p)

(b) Arean av det ändliga område som begränsas av kurvorna $y = \frac{2}{x}$ och $y = 3 - x$. (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden och asymptoter till funktionen (5p)

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2},$$

samt skissera grafen.

3. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

(a) Beräkna A^2 , och determinanten för A . (2p)

(b) Bestäm inversen till A . (2p)

(c) Visa att $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ är en egenvektor till A och bestäm dess egenvärde. (1p)

4. (a) Avgör om den generaliserade integralen är $\int_2^\infty \frac{3x}{1+x^2} dx$ konvergent, och bestäm i så fall dess värde. (2p)

(b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (3p)

$$y'' + y' - 6y = e^{-2x}.$$

Var god vänd!

5. Vid mätning av salthalten i ett vattenprov används ett mätinstrument vars mätfel är oberoende normalfördelade med väntevärde 0 och standardavvikelse 10 ppm.
- (a) Hur stor är sannolikheten att mätfelet blir mindre än ± 5 ppm (dvs. att absolutbeloppet av mätfelet blir mindre än 5 ppm) vid en mätning med instrumentet? (2p)
 - (b) För ett vattenprov med verklig salthalt 145 ppm görs en mätning med instrumentet. Hur stor är sannolikheten att den uppmätta salthalten överstiger 160 ppm? (1p)
 - (c) För ett vattenprov med okänd salthalt görs 10 stycken mätningar med instrumentet. Hur stor är sannolikheten att medelvärdet av de 10 mätningarna avviker mer än ± 5 ppm från det verkliga värdet på salthalten? (2p)
6. Ur ett stort varulager av LED-lampor valdes 300 stycken ut slumpmässigt för att undersöka felfrekvensen (andelen defekta lampor i varulagret). Det visade sig att 24 av de 300 lamporna var defekta. Vid samma typ av undersökning ett år senare valdes 200 lampor ut och av dem var 22 stycken defekta.
- Bedöm med ett hypotestest om felfrekvensen i varulagret har förändrats mellan de två åren. Ange tydligt vilka hypoteser du ställer upp, vilken signifikansnivå du väljer och vilken slutsats du drar. (5p)