

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

| | | | | | | | |
|-----|------|--|---|------|--|---|------|
| Max | 30 p | | B | 24 p | | D | 18 p |
| A | 27 p | | C | 21 p | | E | 15 p |

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade formel- och tabellsamlingar samt utdelad miniräknare.

1. (a) Lös olikheten $\frac{3x}{x-1} \leq 2$. (3p)

(b) Beräkna arean av det ändliga område som begränsas av kurvorna (2p)
 $y = \frac{2}{1+x^2}$ och $y = x^2$.

2. Rita grafen (5p)
 $y = xe^{-x^2/2}$

Ange speciellt alla asymptoter och lokala extremvärden.

3. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -6 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) Beräkna determinanten till A . (2p)

(b) Bestäm inversen till A . (2p)

(c) Lös matrisekvationen $AX = B$. (1p)

4. (a) Beräkna den generaliserade integralen är $\int_1^\infty \frac{3}{(1+x)^2} dx$. (2p)

(b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (3p)

$$y'' - 3y' + 2y = 4x.$$

5. En cellsuspension innehåller 10^6 celler per liter. Om man med en pipett tar ut a mikroliter av suspensionen så kan man förvänta sig att få a celler. Antal celler man verkligen får är dock slumpmässigt och kan approximativt beskrivas som en Poissonfördelad slumpvariabel med väntevärde a (under förutsättning att suspensionen är homogen och att den uttagna volymen utgör en liten del av den totala volymen).
- (a) Hur stor är sannolikheten att få precis 3 celler om man tar ut 5 mikroliter? (1p)
 - (b) Hur stor är sannolikheten att få minst 1 cell om man tar ut 1 mikroliter? (2p)
 - (c) Antag att man tar ut 50 mikroliter av cellsuspensionen. Beräkna med normalapproximation sannolikheten att få mer än 60 celler? (2p)
6. Baserat på fem mätningar beräknas ett 95% konfidensintervall för medelhalten kadmium i en volym avloppsslam till 2.12 ± 0.47 milligram per kilo torrsubstans. De fem mätningarna kan betraktas som oberoende utfall från en normalfördelning med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ .
- (a) Genomför med hjälp av konfidensintervallet ovan ett hypotestest av $H_0 : \mu = 1.5$ mot $H_1 : \mu \neq 1.5$. Motivera tydligt vilken slutsats du drar. Ange också vilken signifikansnivå testet har. (3p)
 - (b) Gör samma hypotestest som i uppgift (a) men använd istället signifikansnivån 1%. Vilken slutsats drar du av det testet? (2p)