

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p		B	24 p		D	18 p
A	27 p		C	21 p		E	15 p

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade formel- och tabellsamlingar samt utdelad miniräknare.

1. (a) Lös ekvationen $\ln(3x) = \ln(15) - \ln(x)$. (2p)

(b) Bestäm arean av det ändliga område som begränsas av kurvorna $y = 2\sqrt{x}$ och $y = x\sqrt{x}$. (3p)

2. Rita grafen (5p)

$$y = x^2 + 2x - 4 \ln |x|$$

Ange speciellt alla asymptoter och lokala extremvärden.

3. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - y + az = -1 \\ 2x - y + 8z = 0 \\ -x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

där a är en konstant.

(a) Beräkna koefficientmatrixens determinant. (2p)

(b) Lös ekvationssystemet i fallet $a = 3$. (3p)

4. (a) Avgör om den generaliserade integralen $\int_1^\infty x^2 e^{-x^3} dx$ är konvergent, och bestäm i så fall dess värde. (2p)

(b) Lös, för $x > 0$, begynnelsevärdesproblemet (3p)

$$\begin{cases} xy' = x^2 - 3y \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

Var god vänd!

5. Antal ungar som en björnhona får en enskild säsong är slumpmässigt och kan beskrivas av en slumpvariabel X med följande sannolikhetsfunktion:

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	0.2	0.4	0.3	0.1

- (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för X . (2p)
- (b) Beräkna approximativt sannolikheten att 100 björnhonor tillsammans ska få mer än 140 ungar. Man kan anta oberoende mellan olika björnhonor avseende antal ungar de får. (3p)
6. (a) Vikten (kg) på 6 slumpvis valda trädgårdsjordsäckar av ett visst fabrikat uppmättes: (3p)

19.5, 20.3, 20.1, 19.4, 19.9, 19.2

Bestäm ett konfidensintervall för väntevärdet och utför ett hypotestest av $H_0 : \mu = 20$ mot $H_1 : \mu \neq 20$, med signifikansnivå 5%. Mätningarna kan antas vara normalfördelade.

- (b) För 10 stycken olika fabrikat av trädgårdsjord utförs motsvarande hypotestest som i uppgift (a), vart och ett med signifikansnivå 5%. Om nollhypotesen att $\mu = 20$ vore sann för alla 10 fabrikat, hur stor är då sannolikheten att minst ett av testen ändå kommer utfalla signifikant (falskt signifikant). (2p)