

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade formel- och tabellsamlingar samt utdelad miniräknare.

1. (a) Lös ekvationen $\log_3 \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = 2$. (1p)

(b) Bestäm arean av det ändliga område som begränsas av kurvorna $y = 4\sqrt{x}$ och $y = x^2\sqrt{x}$. (2p)

(c) Bestäm gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(1 + 3x^2) - 2 \ln(x))$. (2p)

2. Rita grafen (5p)

$$y = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}.$$

Ange speciellt alla asymptoter och lokala extremvärden. Finns det något globalt extremvärde?

3. (a) Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x & + 2z + w = -1 \\ -x + y - 3z & = 2 \\ x + 2y & + 4w = 2 \end{cases}$$
 (3p)

(b) Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Bestäm inversen till A . (2p)

4. (a) Bestäm den primitiva funktionen $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^4-1}} dx$. (2p)

(b) Lös, för $x > 0$, begynnelsevärdesproblemet (3p)

$$\begin{cases} xy' = 2y + x^2 \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

5. Ett mätvärde som avrundas till närmaste heltal får ett avrundningsfel som kan betraktas som en likformig slumpvariabel på intervallet $(-0.5, 0.5)$.
- (a) Hur stor är sannolikheten att avrundningsfelet blir större än ± 0.1 ? Dvs att avrundningsfelet till absolutbelopp blir större 0.1. (2p)
 - (b) Beräkna approximativt sannolikheten att summan av 100 oberoende avrundningsfel till absolutbelopp blir större än 2. (3p)
6. I tabellen nedan visas blyhalten i blodet hos 5 slumpmässigt valda barn från en tätort i södra Sverige och 5 slumpmässigt valda barn från omgivande landsbygd. Enheten är mikrogram/liter.

Tätort	8.2	7.3	10.0	9.7	6.2
Landsbygd	6.5	3.1	4.2	5.4	5.9

Antag att mätningarna kan betraktas som oberoende observationer från varsin normalfördelning med okända väntevärden och okänd men samma standardavvikelse.

- (a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för skillnaden i genomsnittlig blyhalt i blodet mellan barn i tätort och barn i omgivande landsbygd. Tolka resultatet. (3p)
- (b) Utför ett hypotestest för att bedöma om det är skillnad i väntevärde av blyhalt i blodet mellan barn från tätort och landsbygd. (2p)