

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade formel- och tabellsamlingar samt utdelad miniräknare.

1. (a) Lös ekvationen (2p)

$$\ln(3x) = 2 \ln(6) - \ln(4x).$$

- (b) Bestäm arean av det ändliga område som begränsas av kurvorna (3p)

$$y = \frac{3}{x} \text{ och } y = 4 - x.$$

2. Rita grafen (5p)

$$y = \frac{x^3}{e^x}$$

Ange speciellt alla asymptoter och lokala och globala extremvärden.

3. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Beräkna determinanten till A . (2p)

- (b) Bestäm inversen till A . (2p)

- (c) Lös matrisekvationen $AX = B$. (1p)

4. (a) Avgör om den generaliserade integralen $\int_2^\infty x e^{-x} dx$ är konvergent, och bestäm i så fall dess värde. (2p)

- (b) Lös begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} y' - x\sqrt{y} = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$ (3p)

Var god vänd!

5. En fruktaffär säljer äpplen vars vikt varierar enligt en normalfördelning med väntevärde 200 gram och standardavvikelse 30 gram.
- (a) Om man slumpmässigt väljer 9 äpplen, vad är sannolikheten att deras medelvikt är mer än 215 gram? (1.5p)
 - (b) Vad är sannolikheten att högst 2 av 10 slumpmässigt valda äpplen väger mindre än 200 gram? (1.5p)
 - (c) Butiken säljer även päron, vars vikter i gram också är normalfördelade men med väntevärde 180 och standardavvikelse 20. Om man på måfå väljer ett äpple och ett päron, vad är sannolikheten att päronet är tyngre? (2p)
6. En forskargrupp publicerade nyligen resultat från en undersökning av galaxers rotationsriktningar med data från James Webb-teleskopet. Man fann i undersökningen att av 263 undersökta galaxer roterade 105 moturs och 158 medurs.
- (a) Om p är andelen galaxer som roterar medurs, bestäm ett 99% konfidensintervall för p . (3p)
 - (b) Enligt etablerade kosmologiska teorier hade man förväntat sig att hälften av alla galaxer skulle rotera medurs och hälften moturs. Avgör med ett lämpligt hypotestest om resultatet avviker från detta på ett signifikant sätt. (2p)