

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betycksgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade formel- och tabellsamlingar samt utdelad miniräknare.

1. (a) Lös ekvationen $\log_3 \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = 2$. (2p)

(b) Bestäm arean av det ändliga område som begränsas av kurvorna $y = 2x\sqrt{x}$ och $y = x^2\sqrt{x}$. (3p)

2. Rita grafen (5p)

$$y = \ln(x^2) - \ln|x-1|.$$

Ange speciellt alla asymptoter och lokala och globala extremvärden.

3. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + az = 5 \\ x + ay - z = 1 \end{cases}$$

där a är en konstant.

(a) Beräkna koefficientmatrisens determinant. (2p)

(b) Bestäm med hjälp av resultatet i (a) hur många lösningar ekvationssystemet har om $a = 0$. (1p)

(c) Lös ekvationssystemet i fallet $a = 3$. (2p)

4. (a) Beräkna integralen $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x) + 1} dx$. (2p)

(b) Lös, för $x > 0$, begynnelsevärdesproblemet (3p)

$$\begin{cases} xy' = 2y + x^2 \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

Var god vänd!

5. Antalet kunder som besöker en butik under en tidsperiod på t timmar är Poissonfördelat $Po(4t)$.
- (a) Hur många kunder besöker i genomsnitt butiken under dagar där man har öppet 8 timmar? (1p)
 - (b) Vad är sannolikheten att det kommer 3 eller fler kunder under en halvtimme? (2p)
 - (c) Under en vecka har butiken öppet 40 timmar. Bestäm med normalapproximation sannolikheten att det kommer minst 150 kunder under veckan. (2p)
6. För att undersöka effekten av kalkning av försurade sjöar mättes pH i 8 sjöar. Mätningarna gjordes dels före kalkning, dels ett år efter kalkning: (5p)

Sjö	1	2	3	4	5	6	7	8
Före kalkning	5.2	5.8	4.3	5.2	4.6	4.7	5.8	5.5
Efter kalkning	5.6	6.3	4.9	5.8	5.5	5.7	6.1	5.4

Formulera och genomför ett hypotestest för att undersöka om kalkningen hade signifikant effekt på pH i sjöarna.