
Lösningarna ska vara klart och tydligt skrivna med kortfattade förklaringar som gör din tankegång lätt att följa. Otydlig lösning kan ge avdrag trots korrekta beräkningar. Institutionens räknare är tillåtna, men exakta svar förväntas om ej annat är angivet. Formelsamling är ej tillåten utöver det som ges på detta blad. Totalt 20 poäng ger garanterat betyg E.

1. (8 p.) Beräkna integralerna

$$\int_6^{49} \frac{1}{2x-5} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{1}{e^x} dx \quad \text{och} \quad \int \frac{x}{(x-1)^2} dx.$$

2. (7 p.)

- (a) Använd Gausselimination för att bestämma alla lösningar till det linjära ekvations-systemet

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 &= -2, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1. \end{aligned}$$

- (b) Bestäm determinanten till matrisen

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. (4 p.)

- (a) Bestäm något n för vilket den geometriska summan $S_n = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{n-1}$ är lika med 1 048 575 (om ett sådant n existerar).
- (b) Beräkna värdet av den geometriska serien

$$S = 2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$$

4. (8 p.)

- (a) Låt $f(x) = x \ln x$. Bestäm definitionsmängden för f , finn alla lokala minimi- och maximipunkter till f och undersök var f är konvex resp. konkav.
- (b) Beräkna högergränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$.
- (c) Låt $g(x) = \sqrt{e^{\sqrt{x^2+1}}}$. Bestäm derivatan $g'(x)$ av $g(x)$.

Var god vänd!

5. (5 p.) Bestäm Taylorpolynomet av grad 3 till funktionen $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ kring $x_0 = 1$.
6. (8 p.) Skissa området i planet som begränsas av linjerna $x = 0$, $y = 0$ och $y = 3 - x$ och bestäm minimum och maximum av funktionen

$$f(x, y) = xy^2 - 2x^2y + 3x$$

på detta område.

FORMLER

Approximation av f kring $x = x_0$ given av Taylorpolynomet av grad n :

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{1}{1!}f'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!}f''(x_0)(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{1}{n!}f^{(n)}(x_0)(x - x_0)^n$$

Lösningförslag läggs upp på kurssidan efter skrivningen.

Tentamensåterlämning: 12 juni 2019, kl. 15:00 - 15:15, i sal 22 (Kräftriket 5).

Efter återlämningstiden finns skrivningarna att hämta på studentexpeditionen, rum 204 i hus 6.

Lycka till!