MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Annemarie Luger

Tentamenskrivning i
Analys A, 7.5 hp
den 6/3 2019, kl 9.00-14.00

Inga hjälpmedel tillåtna. 15 poäng ger säkert godkänt på den skriftliga delen. Samtliga svar måste motiveras ordentligt!

1. Betrakta funktionen

$$g(x,y) = \begin{cases} xy\,\exp\left(\frac{xy}{x^4+y^4}\right) & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases},$$

   där som vanligt $\exp(t) = e^t$.

   (a) Är funktionen g kontinuerlig i origo? 2 p

   (b) Är funktionen g partiellt deriverbar i origo? Bestäm derivatorna i så fall. 2 p

   (c) Är funktionen g differentierbar i origo? 1 p

   Motivera dina svar!

2. (a) Bestäm alla stationära punkter till funktionen 5 p

$$H(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{6}(x-y+z)^4$$

   och avgör deras karaktär. Antar H ett största och/eller minsta värde i $\mathbb{R}^3$?

   (b) Låt G vara en $\mathcal{C}^3$-funktion som har Taylorutvecklingen 1 p

$$G(x,y) = (x-1) + y + (x-1)^2 + y^2 + ((x-1)^2 + y^2)^{3/2} B(x,y)$$

   kring $(1,0)$. Är $(1,0)$ en lokal minimipunkt för G? Motivera ditt svar!

3. Avgör om funktionen 6 p

$$h(x,y) = (x+y-1)e^{2(x^2+y^2)}$$

   antar största och minsta värde i $D = \{(x,y), x \geq 0, y \geq 0, x^2+y^2 < 2\}$ och bestäm dessa i så fall.

4. Undersök om funktionen $f(x,y) = x^2 + y^2$ antar ett största och/eller minsta värde längs den givna kurvan.

   (a) $x^2 + xy + y^2 = 1$ 1 p

   (b) $x^2 + 12xy + y^2 = 1.$ 1 p

   (c) Välj EN kurva, dvs antingen (a) eller (b), och ange för denna kurva största och/eller minsta värde (i fall de finns). 3 p

   Motivera dina svar!

5. Lös för $x, y > 0$ den partiella differentialekvationen 4 p

$$x\frac{\partial F}{\partial x} + y\frac{\partial F}{\partial y} = x$$

   t.ex. genom att använda variabelbytet $s = xy$ och $t = \frac{x}{y}$.

Var god vänd!

6. (a) Undersök om följande serier är konvergenta: 2 p

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(e^{\frac{1}{n}} - 1) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}} - 1}{n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{n^2}} - 1)$$

(b) Undersök om den generaliserade integralen 2 p

$$\int_0^{\infty} \frac{\arctan x^2}{x^2 \sqrt{x}}\, dx$$

är konvergent.

Resultat publiceras så snabbt som möjligt på kurshemsidan. Även information angående anmälan och schemat till muntan kommer upp där efter att den skriftliga tentan är rättad.

Visning av skriftliga tentorna: Måndag 11/3, kl 9:15 i sal 36 (dvs i pausen av föreläsningen och vid behov även 10:15).
Återlämning: bara efter att betyg har satts, dvs säkert när alla muntliga tentor har avslutats (troligen efter 5/4) på studentexpeditionen, rum 204 i hus 6.

Vid frågor kontakta: Annemarie Luger (luger@math.su.se)

Lycka till!