MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik

Boris Shapiro

Tentamenskrivning i
Linjär algebra II
7.5 poäng

16 januari, 2019

Inga hjälpmedel är tillåtna. Uppgifterna är inte ordnade enligt svårighetsgraden. 12 poäng ger säkert godkänt.

1. Bestäm en ortonormal bas (ON-bas) i $\mathbf{R^3}$ som innehåller vektorn $\overline{v} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ med avseende på den vanliga inre produkten.
(4)

2. Lös ekvationen (4)

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 \\ x & x^2 & x^3 & x^4 & 1 \\ x^2 & x^3 & x^4 & 1 & x \\ x^3 & x^4 & 1 & x & x^2 \\ x^4 & 1 & x & x^2 & x^3 \end{vmatrix} = 0$$

3. Bestäm de singulära värdena till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Finn sedan matriser S, U och V som ger en singulärvärdesdekomposition av A. (4)

4. Är matrisen (4)

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

diagonaliserbar?

5. Låt $V = P_5$ (mängden av alla polynom av grad ≤ 5) och $T : V \longrightarrow V$ vara lineära avbildningen definierad genom (4)

$$T(p(x)) = p(x) + p''(x).$$

Vidare låt $B = \{x^5, 20x^3, 120x, x^4, 12x^2, 24\}$ vara en bas för V. Bestäm matrisen till T med avseende på basen B.

6. Visa att en av följande funktioner definierar en inre produkt på $\mathbf{R^2}$ och den andra inte gör det. (4)

(1) $$< \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} >= [x_1 \ \ x_2] \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

(2) $$< \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} >= [x_1 \ \ x_2] \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

Skrivningsåterlämning äger rum i rum 211, hus 6, kl: 12:00–12:30, måndagen, den 21 januari.

LYCKA TILL!