MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator: Boris Shapiro

Tentamensskrivning i
Linjär algebra II, 7,5 poäng
onsdag 24 april 2019 kl 09:00-14:00

INGA HJÄLPMEDEL TILLÅTNA. Uppgifterna är *inte* ordnade efter svårighetsgrad. För alla uppgifter gäller att en bra lösning innehåller noggranna och utförliga motiveringar som dessutom är lätta att följa. *Lycka till!*

---

(1) (a) Lös ekvationen

$$\det M(a) = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

(2p)

(b) Bestäm för alla värden på a rangen av matrisen $M(a)$. (2p)

(2) Låt $P_2(\mathbb{R})$ vara vektorrummet av polynom av grad högst 2 med reella koefficienter. Definiera en linjär avbildning $F : P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ genom

$$F(p(t)) = (2t - a)p(t + 1) - t^2 p'(t)$$

där a är en reell konstant.
(a) Bestäm matrisen A för F i basen $\{1, t, t^2\}$ och visa att $\operatorname{rang}(A) \geq 2$ för alla $a \in \mathbb{R}$. (2p)
(b) Bestäm för varje värde på a baser för nollrum och värderum till A. (2p)

(3) Bestäm en singulärvärdesuppdelning till

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(4p)

(4) Betrakta $\mathbb{R}^4$ med standardskalärprodukten. Bestäm avståndet från punkten $(3, 2, -1, 2)$ till det plan i $\mathbb{R}^4$ som spänns upp av vektorerna $(1, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 1, 0)$, och $(0, 0, 1, 1)$. (4p)

(5) Bestäm en ON-bas i $\mathbb{R}^3$ som består av egenvektorer till matrisen

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ -2 & 0 & 4 \\ 4 & 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

(4p)

(6) Lös följande ekvationssystem för alla värden på parametern a:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2y + 2z = 3 \\ 2x + 3y + az = b. \end{cases}$$

(4p)

Skrivningsåterlämning torsdag 2 maj kl 10:00 utanför sal 15.