

Inga hjälpmedel tillåtna. Motivera noga. Minst 15 poäng, varav minst 5 från teorifrågorna (T), räcker för godkänd.

- 1 Beräkna kurvintegralen (5p)

$$\int_{\gamma} \frac{2x dx + 2y dy}{x^2 + y^2},$$

där  $\gamma$  är kurvan som går från  $(2, 0)$  till  $(2, 2)$  och ges av ekvationen  $y^2 - 2y + 2 - x = 0$ .

- 2 (a) Låt  $f(z) = \frac{z^3}{z^2 - 1}$ . (5p)

- i. Utveckla funktionen  $f(z)$  i en potensserie kring origo.
- ii. Bestäm seriens konvergensradie. Motivera ordentligt!
- iii. Bestäm alla derivator  $f^{(k)}(0)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$

- (b) (T) Ange ett exempel på ett område där serien från (a) konvergerar likformigt. (2p)

- 3 (a) (T) Formulera Stokes sats, som beskriver samband mellan flödesintegral genom en yta  $Y$  och integralen längst  $\gamma := \partial Y$ . (3p)

- (b) (T) Beskriv hur orienteringen av ytan indicerar orienteringen av kurvan  $\gamma$ . (2p)

- (c) Beräkna flödesintegralen (5p)

$$\int \int_Y \vec{F} \cdot \vec{N} dS$$

där  $\vec{F} = (xy^2, x^2y, -z)$  och  $Y$  är den del av ellipsoiden  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + 4z^2 = 1\}$  där  $z \geq 0$  (med uppåtriktad normal).

- 4 Beräkna integralen (5p)

$$\int_C \frac{z + 2}{z^3 - 8z^2 + 25z - 26} dz,$$

där  $C$  är cirkeln av radie 3 med centrum i origo som är tagen ett varv moturs.

- 5 (T) Låt  $f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{C}$  vara en funktion definierad i den öppna enhetscirkelskivan  $\mathbb{D} := \{z : |z| < 1\}$ . Avgör för varje av de följande påståendena om det är santt eller falskt.

(a) Funktionen  $f$  är kontinuerlig.  $\implies$  Funktionen  $f$  är analytisk.

(b) Funktionen  $f$  är analytisk.  $\implies$  Funktionen  $f$  är kontinuerlig.

Motivera dina svar antingen med ett motexempel eller med ett kort resonemang. Du kan använda satsen från kursen utan bevis, men vi måste veta vilken sats du syftar på (dvs "enligt satsen från kursen" är ej tillräckligt!). (3p)

LYCKA TILL!

När din tenta är redo för utlämningen kommer du att få ett mejl från [tentaaterlamning@math.su.se](mailto:tentaaterlamning@math.su.se). Om du inte fått mejlet så är din tenta inte redo för utlämningen.