

Enbart skrivdon tillåtna. Alla svar skall motiveras noga.

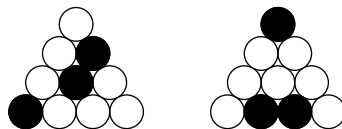
1. (a) Beräkna Eulers funktion ϕ för talet 300. (1p)
- (b) Bestäm den multiplikativa inversen till 17 i kroppen $\mathbb{Z}_{127}$. (2p)
- (c) Man säger att en permutation σ är fixpunktsfri om det inte finns något k sådant att $\sigma(k) = k$. Bestäm alla element $\sigma \in S_4$ som är både jämna och fixpunktsfria. (2p)

2. Betrakta den linjära koden med checkmatris

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Hur många ord finns i koden, och vad är dess dimension? (1p)
 - (b) Hur många fel rättar koden? Motivera noga. (2p)
 - (c) Rätta, om möjligt, orden 1010100 och 0100011 enligt närmaste grannprincipen. (2p)
3. Betrakta polynomet $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \in \mathbb{Z}_5[x]$.
 - (a) Man vet att $f(x) = p(x)^4$, för något $p(x) \in \mathbb{Z}_5[x]$. Bestäm $p(x)$. (1p)
 - (b) Faktorisera polynomet $g(x) = f(x) - x^2$ i irreducibla faktorer. (2p)
 - (c) Bestäm alla element $a \in \mathbb{Z}_5$ sådana att $f(x) + a$ saknar linjära faktorer. (2p)
 4. (a) Hur många ord med 9 bokstäver kan bilda från ordet SOMMARLOV om orden inte får innehålla något av delorden SOM eller MAL? (3p)
(Svaret får innehålla fakulteter som inte beräknas.)
 - (b) Hur många surjektiva funktioner $f : \mathbb{N}_5 \rightarrow \mathbb{N}_3$ finns det? Svaret skall anges uträknat. (2p)

5. Man har 7 vita och 3 svarta kulor som kan arrangeras i form av en triangel, (5p)
så som i följande två exempel:



Triangelns symmetrigrupp G_Δ , som ju har 6 element, verkar på mängden X av alla sådana arrangemang. Bestäm antalet banor under denna gruppverkan.

6. Mängden $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_3, a \neq 0 \right\}$ bildar en grupp under matrismultiplikation (behöver inte visas).
- (a) Bestäm gruppens ordning och avgör om gruppen är cyklisk. (3p)
- (b) Hur många delgrupper finns det i G ? Beskriv alla delgrupper. (2p)