

Enbart skrivdon tillåtna. Alla svar skall motiveras noga.

Bonuspoäng från kontrollskrivningarna gör att du kan tillgodoräkna deluppgifter till Uppgift 1 enligt följande tabell. Du får själv välja vilka deluppgifter som du vill tillgodoräkna.

Bonuspoäng	Antal deluppgifter som kan tillgodoräknas
24 – 30	3
16 – 23	2
8 – 15	1

- Hur många inverterbara element finns det i ringen $\mathbb{Z}_{30}$? (1p)
 - Hur många ord på 11 bokstäver kan skapas genom att kasta om bokstäverna i ordet FALAFELFEST som inte innehåller ordet FEST? Svaret får innehålla kombinatoriska uttryck som vi har gått igenom i kursen. (1p)
 - Rita en sammanhängande graf med sex hörn som inte har kromatiskt tal 2 och där åtminstone ett hörn har valens (grad) 4. (1p)

- Betrakta matrisen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & a \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestäm talet a så att matrisen blir en checkmatris för en linjär kod som rättar åtminstone ett fel. Rätta sedan, om möjligt, orden 1010100 och 0010011 enligt närmaste granne-principen. (3p)

- Alice har en RSA-kod med de publika nycklarna $n = 119$ och $e = 29$. Du snappar upp det krypterade meddelandet $b = 4$ som skickats till Alice. Dekryptera meddelandet. (3p)

- Bestäm antalet polynom $f(x)$ i $\mathbb{Z}_7[x]$ av grad 4 som uppfyller villkoren $f(1) \neq 0$ och $f(2) \neq 0$. Svaret behöver inte förenklas. (3p)
 - Hitta den moniska största gemensamma delaren av $f(x) = x^3 + x + 1$ och $g(x) = x^2 + 2$ i $\mathbb{Z}_3[x]$. (2p)

Var god vänd!

4. Betrakta permutationerna $\alpha = (7\ 3\ 5)(2\ 4\ 1)(6\ 8)$ och $\beta = (1\ 5\ 3\ 2)(4\ 8)$ i S_8 .

- (a) Hitta permutationen γ så att $\alpha \cdot \gamma = \beta^2$ samt avgör om γ är udda eller jämn. (2p)
- (b) Bevisa att det inte finns någon permutation σ så att $\alpha \cdot \sigma^2 = \beta^2$. (2p)
- (c) Bestäm kardinaliteten av mängden (2p)

$$\{\tau \cdot \beta \cdot \tau^{-1} \mid \tau \in S_8\}.$$

5. Betrakta mängden $G = \{(a, b, c) \mid a, b, c \in (\mathbb{Z}_3 \setminus \{0\})\}$.

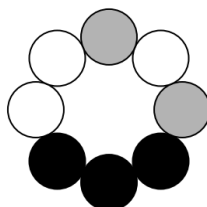
- (a) Visa att G bildar en grupp under punktvis multiplikation, (3p)

$$(a, b, c) \cdot (d, e, f) = (ad, be, cf).$$

Vad är gruppens ordning?

- (b) Vilka storlekar finns det på delgrupper till G ? Ge exempel på en delgrupp med varje sådan storlek. (2p)

6. Du vill skapa ett halsband som har 8 pärlor där 3 stycken är svarta, 3 stycken är vita, och 2 stycken är gråa. Två halsband anses lika om man kan få den ena från den andra genom rotationer och speglingar. Hur många olika halsband kan du skapa? (5p)



Exempel på ett halsband.