

Inga hjälpmedel tillåtna. Motivering krävs i varje uppgift. Minst 15 poäng krävs för godkänt. Bonuspoäng från terminens kontrollskrivningar kan användas för att tillgodoräkna deluppgifter från Uppgift 1 enligt följande. Du får själv välja vilka deluppgifter du vill tillgodoräkna: ange i förekommande fall dessa.

24-30 p 3 deluppgifter
16-23 p 2 deluppgifter
8-15 p 1 deluppgift

- (a) Hur många inverterbara element finns det i ringen $\mathbb{Z}_{28}$? (1p)
(b) Låt M vara mängden av 2×2 -matriser med reella element och determinant lika med 0. Utrusta M med sedvanlig matrismultiplikation. Definierar detta en grupp? (1p)
(c) Finns det en graf som har fem hörn, fem kanter och kromatiskt tal lika med 3? (1p)
- (a) Visa att relationen $x^3 \equiv y^3 \pmod{12}$ definierar en ekvivalensrelation på $\mathbb{Z}$. (3p)
(b) Hur många ekvivalensklasser finns det? Ange en representant för varje ekvivalensklass. (2p)
- (a) Ge definitionerna av (i) cykeltypen samt (ii) tecknet för en permutation. (2p).
(b) Skriv permutationerna $\alpha, \beta \in S_8$ som ges av

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 1 & 8 & 7 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 7 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

på cykelform. (2p)

- (c) Ange cykeltypen för α samt för $\alpha\beta$. Ange tecknet för β . (2p)
- (a) Bestäm antalet polynom i $\mathbb{Z}_5[x]$ av grad 4 som uppfyller villkoren $f(0) = 0$ och $f(3) \neq 0$. (3p)
(b) Är polynomet $x^4 + 1$ irreducibelt i $\mathbb{Z}_5[x]$? (3p)
- (a) Betrakta gruppen D_3 som ges av symmetrier på en liksidig triangel med gruppoperationen sammansättning. Beskriv samtliga gruppelment och bestäm gruppens ordning. (2p).
(b) Är D_3 en abelsk grupp? (1p)
(b) Vilka ordningar är möjliga för en delgrupp till D_3 ? Visa att det för var och en av dessa möjligheter faktiskt finns en delgrupp med denna ordning. (2p)
- (a) Vad menas med en checkmatris hörande till en linjär kod i $(\mathbb{Z}_2)^5$? (1p)
(b) Utgör
$$C = \{(00000), (00101), (11010), (11111)\} \subset (\mathbb{Z}_2)^5$$
en linjär kod? Ange i sådana fall motsvarande checkmatris. (3p)
(c) Beräkna minimiavståndet för C . Kommer C att kunna rätta 1 felaktig bit? (1p)