

MT3001 – Sannolikhetssteori I – tentamen

Datum Onsdag 11 februari, 2026

Examinator Daniel Ahlberg

Hjälpmedel Formelblad, normalfördelningstabell och miniräknare. Samtliga hjälpmedel delas ut vid tentan.

Bedömning Tentamen är indelad i en basdel och en betygsdel, vilka består av 20 respektive 40 poäng. Vid godkänt resultat på basdelen rättas även betygsdelen, som bestämmer betyget. Följande gränser gäller för att uppnå de olika betygsstegen:

	A	B	C	D	E
Basdel	14	14	14	14	14
Betygsdel	32	24	16	8	0

Uppgifter på basdelen kan ge upp till fem poäng var, och uppgifter på betygsdelen kan ge upp till tio poäng var. Välmotiverade och fullständiga lösningar krävs för full poäng. Partiella lösningar kan också ge poäng.

Basdel

Uppgift 1. I spelet *Kvacksalvare* så genereras poäng genom att dra marker från en påse. I spelets första runda så innehåller påsen nio marker, varav en marker med värdet 3, två marker med värdet 2, samt sex marker med värdet 1. Drag, utan återläggning, två marker från påsen, och låt X ange det sammanlagda värdet av markerna. Bestäm sannolikhets-/massfunktion och väntevärde för X .

Uppgift 2. Vikten på äpplen från en svensk producent uppskattas följa en normalfördelning med väntevärde 140 och standardavvikelse 30, mätt i enheten gram. Vid en packcentral packas äpplen i påsar med 75 äpplen i var påse, och påsarna märks med 10 kg. Beräkna sannolikheten att vikten av en påse understiger 10 kg.

Uppgift 3. En elektrisk krets består av två delkomponenter monterade i serie, och förblir funktionsduglig så länge de två delkomponenterna fungerar. Delkomponenternas livslängd kan antas oberoende och exponentialfördelade med väntevärde 1, mätt i enheten tusentals timmar. Bestäm väntevärdet för kretsens livslängd.

Uppgift 4. Studera nedanstående R-kod. Ange vilken figur som koden ger upphov till, samt vilken sats som förklarar dess utseende. Motivera ditt svar.

```

set.seed(1337)

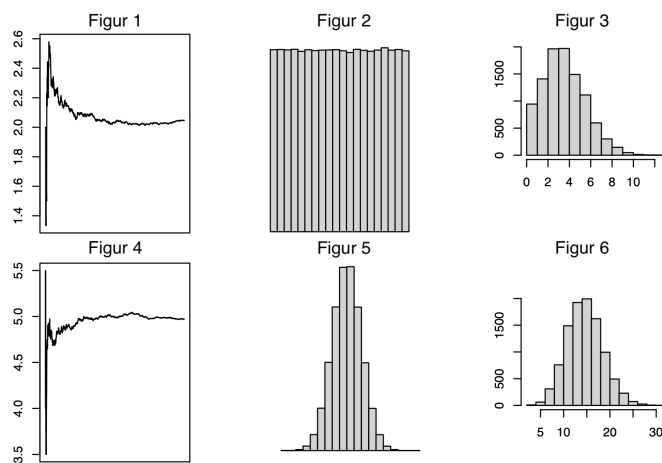
N <- 1200
n <- 10
p <- 1/5

slumptal <- rbinom(N, n, p)

m <- cumsum(slumptal)/1:length(slumptal)

plot(m, type = "l")

```



Betygsdel

Uppgift 5. En matvaruaffär köper in avokado från två olika ursprungsländer, varav 40% från land A och 60% från land B. Inköpsansvarig på matvaruaffären har uppfattningen att andelen ätbara avokado är högre bland de som kommer från land B än de från land A. En nyligen utförd undersökning visar i själva verket att andelen ätbara avokado är i snitt 80% från bägge länder.

- Betrakta en avokado utvald på måfå. Bestäm sannolikheten att den är ätbar.
- Givet att avokadon är ätbar, bestäm den betingade sannolikheten att den kommer från land A.
- Diskutera huruvida inköparens uppfattning är felaktig, och vad det i så fall skulle kunna bero på.

Uppgift 6. Låt X och Y vara oberoende och likformigt fördelade slumpvariabler på intervallet $[0, 1]$. Låt $m = \min\{X, Y\}$ samt $M = \max\{X, Y\}$.

- Bestäm fördelningsfunktionen för m respektive M .
- Bestäm väntevärdet för m respektive M .
- Beräkna sannolikheten $\mathbb{P}(m \leq 0.7 < M)$.

Uppgift 7. Ett nytt bostadsområde med 3000 hushåll planeras i utkanten av en kommun. Sannolikheterna att ett hushåll har noll, ett, två eller tre barn i skolåldern antas vara 0.20, 0.45, 0.25 respektive 0.10, och antalet barn i olika hushåll antas vara oberoende av varandra.

- (a) Bestäm väntevärde och varians för antalet barn i ett hushåll.
- (b) Uppskatta hur många skolplatser som behöver planeras för att sannolikheten att alla barn skall få plats inte ska understiga 95%.

Uppgift 8. I spelet *Kvacksalvare* så genereras poäng genom att dra marker från en påse, utan återläggning. (Se även Uppgift 1). I spelets första runda så innehåller påsen nio marker, varav en marker med värdet 3, två marker med värdet 2, samt sex marker med värdet 1. Två utav markerna är färgade, medan resterande marker är vita. De färgade markerna har båda värdet 1. Kostnaden för varje dragen vit marker är densamma som dess värde, medan färgade marker inte kostar något att dra. Drag en marker i taget (utan återläggning) och låt K ange antalet drag tills dess att den sammanlagda kostnaden överstiger 7 (dvs uppgår till 8 eller mer).

- (a) Ange vilka värden som K kan anta (med positiv sannolikhet).
- (b) Låt Y_k ange den sammanlagda kostnaden av de k första dragen. Bestäm $\mathbb{P}(Y_4 > 7)$ samt $\mathbb{P}(Y_7 \leq 7)$.
- (c) Bestäm $\mathbb{P}(K = 4)$ samt $\mathbb{P}(K = 8)$.