STOCKHOLMS UNIVERSITET
MATEMATISKA INSTITUTIONEN
Avd. Matematisk statistik

MT1011
8 januari 2021

Hemtentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare
8 januari 2021

Examinator: Jan-Olov Persson

- Utförliga instruktioner om hemtentamen finns på kurssidan i dokumentet: **Information om hemtentamen.pdf**.
- Besvara inte mer än en fråga på varje blad och skriv ditt namn på alla blad du lämnar in
- Valfri miniräknare eller dator får användas för beräkningar.
- Dina beräkningar måste vara tydliga och gå att följa. Delpoäng kan ges för en lösning där du visar att du har tänkt rätt men har gjort ett slarvfel på vägen.

Varje korrekt löst uppgift, ordentligt redovisad, ger 8 poäng.
Följande betygsgränser gäller preliminärt (förutsatt godkända datorövningar):

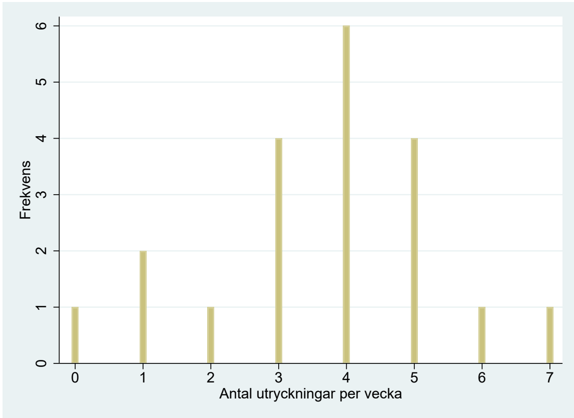
Poäng	A	B	C	D	E
Betyg	44	38	32	28	24

Uppgift 1

Under en period fördes statistik över antalet brandkårsutryckningar i en mindre stad. Resultatet sammanställdes och illustreras i diagrammet nedan.

a) Bestäm medelvärde och median för antal utryckningar per vecka (4p)

b) Antag att antal utryckningar per vecka kan ses som en Poissonfördelad slumpvariabel X. Använd medelvärdet som du beräknade i uppgift a som skattning av $E(X)$ och beräkna sannolikheten för att det en vecka ska bli precis 8 brandkårsutryckningar. (4p)



Uppgift 2

Du träffar en bekant på gatan som du inte har haft kontakt med sedan länge och får veta att hon har två barn.

a) Beräkna sannolikheten att båda hennes barn är flickor? (3p)

b) Du får veta att det ena barnet heter Sara (är en flicka). Beräkna sannolikheten att båda barnen är flickor givet den informationen. (3p)

c) Du får också veta att Sara är det äldsta barnet? Beräkna sannolikheten att båda barnen är flickor givet den informationen. (2p)

Uppgift 3

Tabellen nedan visar sannolikhetsfunktionen för en slumpvariabel Y.

k	0	1	2	3	4
$P(Y = k)$	0.2401	0.4116	0.2646	0.0756	0.0081

a) Verifiera att det är en sannolikhetsfunktion som tabellen visar samt bestäm $P(Y \leq 2)$. (2p)

b) Beräkna väntevärdet av Y , $E(Y)$, och beskriv hur det ska tolkas. (2p)

c) Slumpvariabeln Y kan uttryckas som en summa av oberoende Bernoullifördelade slumpvariabler, d.v.s. $Y = X_1 + X_2 + ... + X_n$ där $X_i \sim Be(p)$. Bestäm sannolikhetsfördelning för Y och ange dess parametervärden. (4p)

Uppgift 4

Låt X vara en slumpvariabel med fördelningsfunktion

$$F(x) = \frac{x^2}{4} \qquad 0 \leq x \leq 2$$

a) Bestäm $P(1.2 \leq X \leq 1.4)$ (2p)

b) Bestäm väntevärde och standardavvikelse för X. (3p)

c) Låt $\bar{X}$ vara medelvärdet av 100 oberoende observationer från denna fördelning och bestäm approximativt $P(1.2 \leq \bar{X} \leq 1.4)$. (3p)

Uppgift 5

En fruktaffär säljer äpplen vars vikt varierar enligt en normalfördelning med väntevärde 200 gram och standardavvikelse 30 gram.

a) Bestäm sannolikheten att ett slumpmässigt valt äpple väger mellan 200 och 250 gram? (2p)

b) Alex tar 5 äpplen på måfå (slumpmässigt). Hur stor är sannolikheten att minst 2 av dem väger mindre än 200 gram? (3p)

c) Fruktaffären säljer även apelsiner, vars vikt varierar enligt en normalfördelning med väntevärde 300 gram och standardavvikelse 50 gram. Alex tar 5 äpplen och 2 apelsiner på måfå. Hur stor är sannolikheten att han behöver betala mer än 40 kr om äpplena kostar 25 kr/kg och apelsinerna 20 kr/kg? (3p)

Man kan anta att fruktlagret är så stort att vikten på olika äpplen och apelsiner är oberoende av varandra

Uppgift 6

Det påstås att den genomsnittliga kvicksilverhalten, μ, hos gäddor i en insjö är 1.0 mg per kg. För att undersöka om det kan stämma fångar man 5 gäddor och mäter deras kvicksilverhalt och får följande värden:

1.8 1.6 1.0 1.2 1.1

Man kan anta att kvicksilverhalten hos en slumpvist vald gädda är $N(\mu, \sigma)$ och att det är oberoende mellan gäddor.

a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för μ. (3p)

b) Ger konfidensintervallet anledning att dra slutsatsen att påståendet ovan är falskt? Motivera ditt svar. (2p)

c) Antag att man i stället hade fångat 20 gäddor och fått samma medelvärde och standardavvikelse som för de 5 gäddorna. Vilken slutsats skulle du i så fall dra om påståendet ovan. Motivera ditt svar. (3p)

LYCKA TILL!