

Tentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare

12 januari 2022 kl. 8–13

Examinator: Gudrun Brattström, gudrun@math.su.se

Tillåtna hjälpmedel: Bifogad formelsamling samt utdelad miniräknare.

Återlämning: Studentexpeditionen.

Varje korrekt löst uppgift ger 8 poäng. Resonemang ska vara tydliga och gå att följa. Delpoäng kan ges för en lösning där du visar att du har tänkt rätt men har gjort ett slarvfel på vägen. Observera att uppgifterna inte nödvändigtvis är ordnade efter växande svårighetsgrad.

Betygen A–E sätts enligt följande minimigränser:

| | Betyg | | | | |
|-------|-------|----|----|----|----|
| | A | B | C | D | E |
| Poäng | 44 | 38 | 32 | 28 | 24 |

Uppgift 1

År 1999 hade den vuxna befolkningen i Stockholm en medelinkomst på 201 835 kr. Standardavvikelsen var 52 023 kr.

a) Beräkna variationskoefficienten! (2 p)

b) Om vi uttrycker lönerna i euro istället, vad blir medelinkomsten, standardavvikelsen och variationskoefficienten? (År 1999 var växelkursen 1 euro = 9.33 kr.) (3 p)

c) Finn övre kvartil, undre kvartil och median i nedanstående datamängd:

8.2 8.6 12.9 10.9 7.9 9.3 15.0 8.6 10.1 12.3

(3 p)

Uppgift 2

För att jämföra två gödningsmedel A och B lät man sex lantbrukare gödsla hälften av sin veteareal med medel A och den andra hälften med medel B. Vilken hälft som skulle utsättas för vilken behandling bestämdes genom slantsingling. Man fick följande skördar per hektar:

| Lantbrukare | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Medel A | 115.8 | 123.0 | 122.8 | 209.8 | 226.3 | 150.3 |
| Medel B | 121.2 | 122.1 | 128.0 | 214.9 | 231.2 | 152.0 |

För att få en enkel statistisk modell antog man att samtliga skördeutfall kunde ses som utfall av oberoende normalfördelade slumpvariabler med samma varians.

Några av nedanstående delresultat (eventuellt inte alla) kan vara till nytta. Kalla skörden när lantbrukare i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) använde medel A för x_i , och skörden när lantbrukare i använde medel B för y_i ; låt $d_i = y_i - x_i$ för $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Då har vi följande stickprovsstandardavvikelser för x_i , y_i och d_i :

$$s_x = 48.27, \quad s_y = 49.19, \quad s_d = 2.59.$$

- Är detta försöksupplägg stickprov i par, eller ska man se det som två oberoende stickprov? Motivering krävs för full poäng. (2 p)
- Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för skillnaden i förväntad skörd mellan arealer som gödslats med A respektive B. (3 p)
- Testa på nivån 0.05 hypotesen att gödningsmedlen är lika bra mot alternativet att de inte är det. Slutsatsen ska klart framgå. (3 p)

Uppgift 3

Du har en byrålåda med 8 blåa och 12 röda sockor i. Du plockar på måfå 4 sockor ur lådan för att packa ner dem inför en resa.

- Beräkna väntevärdet för antalet blåa sockor i din packning. (2 p)
- Beräkna standardavvikelsen för antalet blåa sockor i din packning. (2 p)
- Vad är sannolikheten för att alla sockorna i packningen har samma färg? (4 p)

Uppgift 4

En elektronisk komponent har en exponentialfördelad livslängd, med väntevärdet 1500 timmar.

- a) Beräkna sannolikheten för att komponenten fungerar i minst 1350 timmar. (2 p)
- b) Om komponenten redan har fungerat i 1000 timmar, vad sannolikheten för att den ska fungera i ytterligare 1350 timmar därefter? (3 p)
- c) Om vi har sex likadana komponenter som fungerar oberoende av varandra med $Exp(1500)$ -fördelad livslängd, vad är sannolikheten för att minst hälften av dem fortfarande är i drift efter 1350 timmar? (3 p)

Uppgift 5

I en stor population foraminiferer, en typ av encelliga djur med kalkskal, har individernas skal normalfördelad diameter med väntevärde 0.625 mm och standardavvikelse 0.101 mm.

- a) Givet denna information, vad är sannolikheten för att en slumpmässigt vald foraminifer ska ha ett skal med diameter > 0.7 mm? (2 p)
- b) Om vi slumpmässigt väljer tre foraminiferer, vad är sannolikheten för att medelvärdet av de tre diametrarna är > 0.7 mm? (3 p)
- c) Vad är sannolikheten för att den största av de tre ska ha diameter > 0.7 mm? (3 p)

Uppgift 6

Om man promenerar i Ånghästparken på Södermalm så löper man risk att bli attackerad av en folkilsken kråka som håller till där. Låt oss anta att kråkans attacker är Poissonfördelade med väntevärde 1.5 per timme och person som besöker parken.

- a) Hur stor är sannolikheten att du under en timme då du uppehåller dig i parken blir attackerad minst en gång? (2 p)
- b) Om du tillbringar två timmar i parken, vad är då sannolikheten att du blir attackerad minst en gång? (3 p)
- c) Hur länge kan du stanna i parken och vara 80% säker på att inte bli attackerad mer än fem gånger? (3 p)

Ledning till c): Använd Tabell 2.

Lycka till!