

Tentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare

16 februari 2022 kl. 8–13

Examinator: Gudrun Brattström, gudrun@math.su.se

Tillåtna hjälpmedel: Bifogad formelsamling samt utdelad miniräknare.

Återlämning: Studentexpeditionen.

Varje korrekt löst uppgift ger 8 poäng. Resonemang ska vara tydliga och gå att följa. Delpoäng kan ges för en lösning där du visar att du har tänkt rätt men har gjort ett slarvfel på vägen. Observera att uppgifterna inte nödvändigtvis är ordnade efter växande svårighetsgrad.

Betygen A–E sätts enligt följande minimigränser:

	Betyg				
	A	B	C	D	E
Poäng	44	38	32	28	24

Uppgift 1

En avståndsmätning har en standardavvikelse på 5.4 millimeter (mm).

- a) Om vi istället anger mätresultaten i centimeter (cm), vad blir standardavvikelsen då? (2 p)
- b) Vad blir variansen om vi använder cm? I vilken enhet mäts variansen? (3 p)
- c) Om vi mäter 50 gånger och beräknar medelvärdet (i mm) av de 50 mätningarna, vad blir standardavvikelsen av medelvärdet i mm? Vi antar att mätningarna är oberoende. (3 p)

Uppgift 2

Man ville genom ett experiment ta reda på om närvaron av järn i jorden påverkar grobarheten av en viss sorts frön. Man sådde därför 50 frön i järnrik jord och 50 i järnfattig. (Fröna antas vara slumpmässigt valda ur en mycket stor population frön.) Av de frön som sätts i järnrik jord grodde 26, och av dem som sätts i järnfattig jord grodde 33.

- a) Bilda ett approximativt 95%-igt konfidensintervall för skillnaden i andelen grodda frön i järnrik jord och i järnfattig jord. (5 p)
- b) Är skillnaden signifikant? Testa på nivån 5%! (3 p)

Uppgift 3

Längden X av en slumpmässig sträcka är likformigt fördelad mellan 20 cm och 30 cm, eller kortare uttryckt $X \sim U(20, 30)$.

- a) Beräkna $E(X)$. (2 p)
- b) Beräkna $V(X)$. (3 p)
- c) Nu tänker vi oss att vi gör sträckan till sidan i en kvadrat. Beräkna väntevärdet av kvadratens area. (3 p)

Uppgift 4

Du har två tärningar. En är alldeles vanlig och har samma sannolikhet att visa var och en av sina sex sidor, men den andra är en fusktärning som ger en sexa med sannolikheten $\frac{1}{2}$ och vart och ett av de övriga fem utfallen med sannolikheten $\frac{1}{10}$. Det går inte att se skillnad på tärningarna.

- a) Om du väljer en av de två tärningarna slumpmässigt och kastar den, vad är sannolikheten att du får en sexa? (4 p)
- b) Du väljer slumpmässigt en tärning och kastar den. Du får en sexa. Vad är sannolikheten att det var fusktärningen du valde? (4 p)

Uppgift 5

En spelare spelar på ett nummer i roulette, vilket innebär en vinstchans på $\frac{1}{37}$ i varje spel. Spelaren spelar tills hen har vunnit en gång.

a) Vad är det förväntade antalet gånger, inklusive det vinnande spelet, som spelaren måste spela? (2 p)

b) Vad är sannolikheten att spelaren tvingas spela minst fyrtio gånger (inklusive det eventuellt vinnande spelet)? (3 p)

c) Givet att spelaren redan har förlorat fyrtio spel (vilket alltså betyder att hen kan vinna för första gången tidigast vid spel nummer 41), vad är sannolikheten att hen måste spela minst fyrtio gånger till för att vinna? (3 p)

Ledning: Formeln för summan av en oändlig geometrisk serie:

$$\sum_{j=0}^{\infty} ax^j = \frac{a}{1-x} \quad \text{för } |x| < 1 \quad \text{och godtyckligt } a$$

Uppgift 6

Intelligenskvoten, IQ, är definitionsmässigt normalfördelad med väntevärde 100. Slår man upp ordet i *Encyclopædia Britannica* får man dessutom veta att två av tre intelligenskvoter ligger mellan 85 och 115. En rimlig tolkning av detta påstående är att sannolikheten är $\frac{2}{3}$ för att en slumpmässigt vald persons intelligenskvot ska ligga mellan 85 och 115.

a) Givet denna information, beräkna standardavvikelsen för intelligenskvoten. (4 p)

b) Vad är sannolikheten för att för en slumpmässigt vald persons intelligenskvot ska ligga över 130? (Om du inte har löst a), använd värdet 10 – som dock inte är det rätta värdet – för standardavvikelsen.) (4 p)

Lycka till!