

## Tentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare

17 augusti 2023 kl. 8–13

*Examinator:* Gudrun Brattström, [gudrun@math.su.se](mailto:gudrun@math.su.se)

*Tillåtna hjälpmedel:* Bifogad formelsamling samt utdelad miniräknare.

*Återlämning:* Studentexpeditionen.

Varje korrekt löst uppgift ger 8 poäng. Resonemang ska vara tydliga och gå att följa. Delpoäng kan ges för en lösning där du visar att du har tänkt rätt men har gjort ett slarvfel på vägen. Observera att uppgifterna inte nödvändigtvis är ordnade efter växande svårighetsgrad.

Betygen A–E sätts enligt följande minimigränser:

	Betyg				
	A	B	C	D	E
Poäng	44	38	32	28	24

### Uppgift 1

Givet ett dataset  $\{2, -15, -1, 9, 16, 6\}$ , beräkna

- a) dess median, (2 p)
- b) dess variationsbredd, (2 p)
- c) dess medelvärde, (2 p)
- d) dess standardavvikelse. (2 p)

## Uppgift 2

De två materialen rostfritt stål och titan används i höftledsprotoser. En forskare vill ta reda på om de skiljer sig åt vad gäller hur nöjda patienterna är ett år efter operationen. Man delar slumpmässigt in patienterna i två grupper med 68 patienter i den första gruppen (rostfritt stål) och 70 i den andra (titan), utan att vare sig patienten eller behandlande läkare vet vem som har fått vilket material. Vi tänker oss att dessa 138 patienter är slumpmässigt valda ur en mycket stor population. Antalet nöjda patienter i gruppen rostfritt stål var 49 och i gruppen titan var 55.

- a) Konstruera ett approximativt 95%-igt konfidensintervall för skillnaden i andelen nöjda patienter med protes av rostfritt stål och andelen nöjda patienter med protes av titan. (5 p)
- b) Är skillnaden signifikant? Testa på nivån 5%! (3 p)

## Uppgift 3

Slumpvariabeln  $X$  har tätheten  $f_X(x) = c(x + 1)$  för  $0 \leq x \leq 3$ . För alla andra  $x$  är  $f_X(x) = 0$ .

- a) Bestäm konstanten  $c$  så att  $f_X(x)$  blir en täthet. (2 p)
- b) Beräkna väntevärdet  $E(X)$ . (3 p)
- c) Beräkna  $P(X < 1)$ . (3 p)

## Uppgift 4

- a) En butikskontrollant har fått informationen att bland dem som stjälar ur hyllorna har 90% mössa på sig, medan bara 20% av de hederliga kunderna har mössa. Han beslutar därför att på måfå haffa en person med mössa. Om de som stjälar utgör 1% av butikens besökare, vad är då sannolikheten för att kontrollanten faktiskt får tag i en tjuv? (3 p)
- b) Vad är sannolikheten för att en på måfå vald person i butiken har mössa? (3 p)
- c) Är de båda händelserna "personen har mössa" och "personen är en tjuv" oberoende? Motivering krävs! (2 p)

## Uppgift 5

Ett mynt är skevt, men bara lite grand: sannolikheten för krona är 0.54 och sannolikheten för klave 0.46.

- a) Om du kastar myntet fyra gånger, vad är sannolikheten att du får fler krona än klave, det vill säga du får krona minst tre gånger? (Vi antar att myntkasterna är oberoende.) (4 p)
- b) Antag att du tänker kasta myntet 100 gånger. Beräkna approximativt sannolikheten för att du får fler krona än klave, det vill säga du får krona minst 51 gånger. (Vi antar även nu att myntkasterna är oberoende.) (4 p)

## Uppgift 6

I en lagerlokal finns lådor innehållande skrivpapper och lådor innehållande plastfolie. Det finns väldigt många lådor av båda sorterna. Lådornas vikt varierar en aning, men vi kan anta att vikten av en slumpmässigt vald skrivpapperslåda är normalfördelad med väntevärdet 25.15 kg (kilogram) och standardavvikelsen 0.42 kg, och att vikten av en slumpmässigt vald plastfolielåda är normalfördelad med väntevärdet 26.70 kg och standardavvikelsen 0.39 kg. Alla lådvikter är oberoende av varandra. Vi väljer slumpmässigt en skrivpapperslåda och en plastfolielåda.

- a) Vad är sannolikheten för att plastfolielådan väger mellan 26 och 27 kg? (2 p)
- b) Vad är sannolikheten för att båda lådorna tillsammans väger mer än 52 kg? (3 p)
- c) Vad är sannolikheten för att plastfolielådan väger mer än skrivpapperslådan? (3 p)

*Lycka till!*