

# MT1011 – Sannolikhetslära och statistik för lärare – tentamen

**Datum** 22 februari, 2024

**Examinator** Daniel Ahlberg

**Hjälpmedel** Formelsamling och miniräknare som delas ut med tentan.

**Bedömning** Tentamen består av sex uppgifter som kan ge tio poäng vardera.

Följande gränser gäller för att uppnå de olika betygsstegen:

A	B	C	D	E
54	48	42	36	30

Välmotiverade och fullständiga lösningar krävs för full poäng. Partiella lösningar kan också ge poäng.

---

**Uppgift 1.** Låt  $X$  vara en slumpvariabel med täthetsfunktion på formen  $f_X(x) = c(2x - x^2)$  för  $0 \leq x \leq 2$ , och som är noll i övrigt.

- (a) Bestäm  $c$  så att ovanstående är en täthetsfunktion.
- (b) Bestäm  $\mathbb{E}[X]$  och  $\text{Var}(X)$ .
- (c) Beräkna  $\mathbb{P}(X \geq 1)$ .

**Uppgift 2.** Ägaren till en butik uppskattar att 1% utav alla kunder i butiken stjälar, samt att utav de som stjälar från butiken så bär 90% mössa, medan bara 10% utav hederliga kunder bär mössa.

- (a) Vad är sannolikheten att en på måfå vald kund bär mössa?
- (b) Vad är sannolikheten att en på måfå vald kund som bär mössa är tjuv?

**Uppgift 3.** Sjutton personer bantade under en månad med den nya metoden *JoJo*. Följande viktminskningar (i kg) registrerades (negativa värden anger viktökning):

1.0 0.7 0.8 5.7 0.3 4.2 -1.2 3.5 3.2  
-0.2 3.2 1.3 4.1 10.5 2.0 1.1 0.5

- (a) Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för den genomsnittliga viktminskningen vid bantning med angiven metod.
- (b) Ställ upp en lämplig hypotes och testa på 5% signifikansnivå huruvida bantning med *JoJo*-metoden medför en genomsnittlig viktminskning.

**Uppgift 4.** En vanlig kortlek innehåller 52 kort fördelade på de fyra färgerna hjärter, spader, ruter, klöver. I spelet Poker så delas fem kort (kallad en *hand*) ut till vardera spelare.

- (a) Vad är sannolikheten att få en hand utan hjärter?
- (b) Vad är sannolikheten att få en hand med bara hjärter?
- (c) Vad är sannolikheten att få en hand med samtliga kort i samma färg?

**Uppgift 5.** Ett nytt bostadsområde med 3000 hushåll planeras i utkanten av en kommun. Sannolikheterna att ett hushåll har noll, ett, två eller tre barn i skolåldern antas vara 0.20, 0.45, 0.25 respektive 0.10, och antalet barn i olika hushåll antas vara oberoende av varandra.

- (a) Bestäm väntevärde och varians för antalet barn i ett hushåll.
- (b) Uppskatta hur många skolplatser som behöver planeras för att sannolikheten att alla barn skall få plats inte ska understiga 95%.

**Uppgift 6.** En upprörd journaliststudent kommer fram till dig och menar att statistik är ingen vetenskap att hålla i handen. Hen har nämligen just läst om två opinionsundersökningar om svenska folkets inställning till att gå över till euron. DN presenterade en undersökning av Synnovate/TEMO som hade gett 53 procent för en övergång. Medan GP hade publicerat en SIFO-undersökning där 51 procent var för att behålla kronan. Det två undersökningarna baserades vardera på 1000 intervjuer, samt genomfördes oberoende av varandra och under samma tidsperiod.

- (a) Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för skillnaden i populationsandel mellan de två mätningarna.
- (b) Avgör, baserat på resultatet i (a), om det finns anledning att vara skeptisk till de två presenterade undersökningarna.
- (c) Uppskatta approximativt sannolikheten för att de två instituten kommer rapportera olika majoriteter om det verkliga opinionsläget i själva verket är jämt.