

MT1011 – Sannolikhetslära och statistik för lärare – tentamen

Datum 8 januari, 2025

Examinator Daniel Ahlberg

Hjälpmedel Formelsamling och miniräknare som delas ut med tentan.

Bedömning Tentamen består av sex uppgifter som kan ge tio poäng vardera.

Följande gränser gäller för att uppnå de olika betygsstegen:

A	B	C	D	E
54	48	42	36	30

Välmotiverade och fullständiga lösningar krävs för full poäng. Partiella lösningar kan också ge poäng.

Uppgift 1. I en urna ligger 15 röda, 30 blåa bollar. Drag fem bollar utan återläggning och låt X ange antalet röda bollar som dras.

- (a) Bestäm $\mathbb{P}(X = 1)$ och $\mathbb{P}(X \geq 1)$.
- (b) Bestäm väntevärde och varians av X .

Uppgift 2. Vikten på äpplen från en svensk producent uppskattas följa en fördelning med väntevärde 140 och standardavvikelse 30, mätt i enheten gram. Vid en packcentral packas äpplen i påsar med 75 äpplen i var påse, och påsarna märks med 10 kg. Beräkna approximativt sannolikheten att vikten av en slumpvis vald påse understiger 10 kg.

Uppgift 3. Låt X vara en kontinuerlig slumpvariabel med täthetsfunktion given av $f_X(x) = 1 - |x|$ för $-1 \leq x \leq 1$, och $f_X(x) = 0$ annars.

- (a) Bestäm sannolikheten för att $X \geq 1/2$.
- (b) Bestäm väntevärde och varians för X .

Uppgift 4. Vid tillverkning av en viss sorts keramiska plattor uppstår färgfel på en andel 0.05 av plattorna och bubblor i glasyren hos en andel 0.08. Andelen plattor som uppvisar både färgfel och bubblor i glasyren är 0.03.

- (a) Bestäm sannolikheten att en slumpvis vald platta har minst en av de angivna defekterna.
- (b) Avgör om defekterna 'färgfel' och 'bubblor i glasyren' uppstår oberoende eller ej.
- (c) Bestäm sannolikheten att en slumpvis vald platta har precis en av de angivna defekterna.

Uppgift 5. En ledande möbelproducent har fått klagomål från en del kunder som hävdar att det är krångligare att montera deras bokhylla än motsvarande bokhylla hos en konkurrerande producent. För att undersöka saken bestämmer sig producenten för att anlita 10 försökspersoner, som var och en fått i uppdrag att montera en hylla från vardera producent. Vilken hylla som personen får i uppdrag att montera först avgörs via lottning. Resultatet (tid i minuter) återges nedan:

ledande producent	66	63	78	48	41	79	53	55	81	69
konkurrent	55	48	78	43	39	73	59	49	86	55

- Bestäm ett 95%-igt konfidensintervall för skillnaden i monterings tid, samt redogör för eventuella antaganden du gör.
- Testa på signifikansnivån 5% huruvida skillnaden är signifikant.
- Det framgår att ordningen i vilken de två hyllorna monteras har avgjorts via lottning. Varför tror du de valt att genomföra experimentet så?

Uppgift 6. Adam och Berit får i uppdrag att uppskatta vikten på tre föremål A , B och C . Till sitt förfogande har de en våg för vilken det är känt att mätfelet följer en normalfördelning med väntevärde $\mu = 0$ och standardavvikelse $\sigma = 1.5$ gram. De får lov att göra 30 mätningar var, och Adam mäter helt enkelt var föremål tio gånger vardera. Berit bestämmer sig däremot för att väga föremålen två och två, och väger $A + B$, $A + C$ och $B + C$ tio gånger vardera.

- Adam skattar vikten på föremål A med medelvärdet av sina tio vägningar av A . Beteckna medelvärdet med $\bar{X}$ och bestäm fördelningen för $\bar{X}$.
- Låt $\bar{Y}_{AB}$, $\bar{Y}_{AC}$ och $\bar{Y}_{BC}$ ange stickprovsmedelvärdena för Berits mätningar av $A + B$, $A + C$ och $B + C$. Berit väljer att skatta vikten på föremål A med $Z = \frac{1}{2}(\bar{Y}_{AB} + \bar{Y}_{AC} - \bar{Y}_{BC})$. Bestäm fördelningen för Z .
- Bestäm felmarginalen på konfidensnivå 95% som Adam respektive Berit erhåller med sina skattare för vikten på föremål A . Vems metod ger bättre precision?