

MT1011 – Sannolikhetslära och statistik för lärare – tentamen

Datum 27 februari, 2025

Examinator Daniel Ahlberg

Hjälpmedel Formelsamling och miniräknare som delas ut med tentan.

Bedömning Tentamen består av sex uppgifter som kan ge tio poäng vardera.

Följande gränser gäller för att uppnå de olika betygsstegen:

A	B	C	D	E
54	48	42	36	30

Välmotiverade och fullständiga lösningar krävs för full poäng. Partiella lösningar kan också ge poäng.

Uppgift 1. Två tärningar, en röd och en blå, kastas fem gånger vardera.

- (a) Beräkna sannolikheten att erhålla minst en 'sexa'.
- (b) Beräkna sannolikheten att tärningarna ger 'sexa' minst en gång vardera.

Uppgift 2. En Trisslott kostar 30 kronor. Utav två miljoner Trisslotter är 429 000 vinstlotter. Du köper 100 lotter. Uppskatta sannolikheten att du får minst 30 vinstlotter.

Uppgift 3. Ett bostadsområde i utkanten av en stad finns 3000 hushåll. Ett bageri i området uppskattar att sannolikheterna för att ett givet hushåll köper noll, ett, två eller tre matbröd en given söndag till att vara 0.40, 0.35, 0.15 respektive 0.10, samt att antalet köpta matbröd i olika hushåll kan antas vara oberoende av varandra.

- (a) Bestäm väntevärde och varians för antalet köpta matbröd av ett godtyckligt hushåll.
- (b) Uppskatta hur många matbröd som bageriet behöver baka för att sannolikheten att matbröden räcker ej ska understiga 90%.

Uppgift 4. En viss sjukdom uppskattas finnas hos 0.1% av individerna i en population. Ett diagnostiskt test, vilket resulterar i ett positivt eller negativt svar, har utvecklats för att detektera sjukdomen. Testets *sensitivitet* (sannolikhet att en sjuk individ får ett positivt svar) är 99.5% och dess *specificitet* (sannolikheten att en frisk person får ett negativt svar) är 97.0%. En individ väljs slumpmässigt från populationen och testas med det beskrivna testet.

- (a) Vad är sannolikheten att individen får ett positivt testresultat?
- (b) Vad är sannolikheten att individen är sjuk, givet att testresultatet visar positivt?

Uppgift 5. Ett tegelbruk vill undersöka om bränntemperaturen påverkar den genomsnittliga densiteten i det tegel de producerar. De genomför ett försök, där de från fem olika partier lerblandning låter lerkuber brännas vid 150°C och 20 lerkuber vid 200°C . Densiteten mäts sedan, och dess medelvärden återges i tabellen nedan.

Parti	1	2	3	4	5
150°C	33.2	32.9	32.8	32.0	34.5
200°C	33.6	33.1	33.0	32.9	35.5

- Motivera varför respektive stickprov ovan kan antas approximativt följa en normalfördelning.
- Avgör huruvida stickproven bör betraktas som oberoende eller ej, i syfte att beräkna ett konfidensintervall för skillnad i väntevärde.
- Bestäm, slutligen, ett 95%-igt konfidensintervall för skillnaden i genomsnittlig densitet hos teglet.

Uppgift 6. En vanlig kortlek innehåller 52 kort fördelade på fyra färger. I var färg finns kort i valörerna $2, 3, \dots, 10$, knekt, dam, kung, ess. I spelet Poker så delas fem kort (kallad en *hand*) ut till vardera spelare.

- Var är sannolikheten att en spelare erhåller en hand med samtliga kort i samma färg?
- Vad är sannolikheten att en spelare erhåller en kåk, dvs tre kort av en valör och två av en annan?