

Tentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare

7 januari 2026 kl. 14-19

Examinator: Tom Britton, tel. 08-16 45 34, tom.britton@math.su.se

Tillåtna hjälpmedel: Formel- och tabellsamling (delas ut) och miniräknare.

Återlämning: Tentan kommer vara rättad senast två veckor efter tentamensdagen. När tentan är rättad meddelas detta via kursforumet och därefter kan tentan hämtas ut vid matematik-expeditionen.

Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng. Gränsen för godkänt är preliminärt 30 poäng. För D krävs 34 p, för C 40 p, för B 48 p och för A krävs 54 p. I dessa poäng får man inkludera eventuella bonuspoäng. Texten ska vara väl läsbar och resonemang ska vara klara och tydliga.

Det skall tydligt framgå hur beräkningar gjorts. Kommunikation med andra personer är ej tillåtet och kommer anmälas vid uppdagande.

Uppgift 1

Nedan följer 5 påståenden att svara sant eller falskt på (eller ingenting om man inte vet). Korrekt svar på respektive påstående ger 2p, fel svar ger -2p och inget svar ger 0p (om totalsumman skulle bli negativ sätts poängen till 0).

- a) Medelvärde är det vanligaste lägesmättet, men medianen är ett lämpligt alternativ när data innehåller vissa mycket avvikande (stora eller små) observationer.
- b) Om $A \subset B$ (dvs A är en delmängd av B) så gäller att $P(A) > P(B)$.
- c) Antag att $P(A) = P(B) = 0.5$, och att $P(A \cap B) = 0.4$. Då kan A och B inte vara oberoende.
- d) Om den kontinuerliga slumpvariabeln Z uppfyller $P(0 \leq Z \leq 5) = 1$ så är $E(Z) = 4.5$ möjligt.
- e) Om proceduren för att skapa ett 95% konfidensintervall upprepas många gånger så kommer ca 95% av intervallen täcka in det sanna parametervärdet.

Uppgift 2

Ett lotteri ger 100 kr tillbaka med sannolikhet 0.1, 1000 kr tillbaka med sannolikhet 0.01 och 10 000 kr tillbaka med sannolikhet 0.001. Resterande sannolikhet ger ingen vinst. Lotten

kostar 50 kr att köpa. Låt X beteckna nettot vid köp av en lott (t ex blir nettot 50 kr för en som får 100 kr tillbaka).

- a) Bestäm sannolikhetsfunktionen $p_X(k)$ för X för alla relevanta k . (4 p)
- b) Bestäm väntevärde, varians och standardavvikelse för X . (6 p)

Uppgift 3

Vid mittermin får elever reda på sina nuvarande betygslägen, men då endast betygen A, C, E eller F. Antag att frekvensen av de olika betygen är 0.2, 0.4, 0.3, respektive 0.1. Låt G utgöra händelsen att en elev har godkänt (dvs A, C eller E). Betrakta mitterminsutfallet för en slumpvis utvald elev respektive 5 slumpvis utvalda elever där vi antar att deras betyg är oberoende.

- a) Bestäm $P(G)$ och $P(A|G)$. (4 p)
- b) Vad är sannolikheten att det i en grupp av 5 slumpvis utvalda elever inte finns någon med F? (2 p)
- c) Vad är sannolikheten att alla i en grupp av 5 slumpvis utvalda elever har betyg A, betingat av att ingen hade F? (4 p)

Uppgift 4

Låt X vara en kontinuerlig slumpvariabel med täthetsfunktion $f_X(x) = cx^2$, $0 \leq x \leq 1$ för en konstant c , och $f_X(x) = 0$ för övriga x .

- a) Bestäm c och rita täthetsfunktionen för hand (behöver ej vara supersnyggt). (3 p)
- b) Vad är $P(X \leq 0.5)$? (3 p)
- c) Vad är väntevärde, varians och standardavvikelse? (4 p)

Uppgift 5

En Binomialfördelad slumpvariabel $X \sim \text{Bin}(n = 100, p = 0.3)$ kan skrivas som $X = Y_1 + \dots + Y_{100}$, där Y_i är oberoende och likafördelade slumpvariabler som endast antar värdet 0 eller 1 med $P(Y_i = 1) = 1 - P(Y_i = 0) = 0.3$.

- a) Använd detta för att härleda $E(X)$ och $D(X)$. (4 p)
- b) Vilken fördelning kan X approximeras med? Ange även numeriska parametervärden. (2 p)
- c) Använd resultatet i b) för att approximativt beräkna $P(X > 40)$. (4 p)

Uppgift 6

En mykolog (svampexpert) ville undersöka om gul respektive svart trumpetsvamp väger lika mycket. Under var och en av sex svampturer valde hon ut ett representativt exemplar av respektive sort, men vid ett av tillfällena fann hon ingen svart trumpetsvamp. Vikterna (i

gram) av de 6 respektive 5 exemplaren var för gul (x): 8.4, 10.6, 9.0, 7.9, 9.8, 9.1, och för svart (y): 10.8, 9.6, 12.4, 11.8, 11.3.

a) Beräkna $\bar{x}$ och s_x^2 respektive $\bar{y}$ och s_y^2 . (2 p)

b) I denna del får du anta att båda svampar har samma kända standardavvikelse $\sigma = 1$. Hur punktskattar du $\mu_y - \mu_x$? Skapa ett 95% konfidenstervall för $\mu_y - \mu_x$ och avgör baserat på detta om det föreligger någon signifikant viktskillnad mellan svamparna. (4 p)

c) Gör om uppgift b), men nu under antagandet att de har samma standardavvikelse men att denna är okänd och behöver skattas. (4 p)

Lycka till!