

Tentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare

11 februari 2026 kl. 8-13

Examinator: Tom Britton, tel. 08-16 45 34, tom.britton@math.su.se

Tillåtna hjälpmedel: Formel- och tabellsamling (delas ut) och miniräknare.

Återlämning: Tentan kommer vara rättad senast två veckor efter tentamensdagen. När tentan är rättad meddelas detta via kursforumet och därefter kan tentan hämtas ut vid matematik-expeditionen.

Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng. Gränsen för godkänt är preliminärt 30 poäng. För D krävs 34 p, för C 40 p, för B 48 p och för A krävs 54 p. I dessa poäng får man inkludera eventuella bonuspoäng. Texten ska vara väl läsbar och resonemang ska vara klara och tydliga.

Det skall tydligt framgå hur beräkningar gjorts. Kommunikation med andra personer är **ej** tillåtet och kommer anmälas vid uppdagande.

Uppgift 1

Nedan följer 5 påståenden att svara sant eller falskt på (eller ingenting om man inte vet). **Obs: inga beräkningar eller motiveringar ska ges!!** Korrekt svar på respektive påstående ger 2p, fel svar ger -2p och inget svar ger 0p (om totalsumman skulle bli negativ sätts poängen till 0).

- a) Standardavvikelse är ett lägesmått.
- b) Låt $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ vara utfallsrummet vid tärningskast. Låt A beteckna “udda antal prickar”, och B händelsen att “antal prickar är delbart med 3”. Då gäller $A \cup B = \emptyset$.
- c) För två godtyckliga händelser C och D gäller alltid att $P(C \cup D) \leq P(C) + P(D)$.
- d) Sannolikhetsfunktionen $p_X(\cdot)$ för en diskret slumpvariabel gäller alltid att $p_X(k) \leq 1$, men för täthetsfunktionen $f_X(\cdot)$ för en kontinuerlig slumpvariabel behöver $f_X(x) \leq 1$ inte alltid gälla.
- e) Ett hypotestest ger antingen slutsatsen att nollhypotesen (H_0) är statistiskt sett sann, alternativt att H_0 är statistiskt sett falsk.

Uppgift 2

En slumpvariabel X kan anta värdena 1, 2 och 3. Sannolikheten för 1 är dubbelt så stor som sannolikheten för 2, och sannolikheten för 2 är dubbelt så stor som sannolikheten för 3.

a) Bestäm sannolikhetsfunktionen $p_X(k)$ för X för alla relevanta k . (4 p)

b) Bestäm väntevärde, varians och standardavvikelse för X . (6 p)

Uppgift 3

Låt Y vara en kontinuerlig slumpvariabel med täthetsfunktion $f_Y(y) = (2/9)y$, $0 \leq y \leq 3$, och $f_Y(y) = 0$ för övriga y .

a) Visa att $f_Y(y)$ uppfyller kriterierna för en täthetsfunktion. Rita täthetsfunktionen för hand (behöver ej vara supersnyggt). (3 p)

b) Vad kan man säga om $P(Y > 1.5)$ och $E(Y)$ genom att bara betrakta figuren i a), dvs utan att göra några beräkningar? Motivera ditt svar. (3 p)

c) Beräkna $P(Y > 1.5)$ och $E(Y)$. (4 p)

Uppgift 4

Låt Z vara antal individer i ett slumpvis valt hushåll i Stockholm. Antag (lite förenklat) att endast hushållstorlekar 1, 2, 3 och 4 finns, och att de förekommer med följande frekvenser: $p_Z(1) = 0.4$, $p_Z(2) = 0.3$, $p_Z(3) = 0.2$ och $p_Z(4) = 0.1$. Denna fördelning har $E(Z) = 2$ och $V(Z) = 1 = D(Z)$ (detta behöver ni inte visa).

a) Låt $S = Z_1 + \dots + Z_{50}$ vara det totala antalet individer bland 50 slumpvis valda hushåll med denna fördelning. Vad är $E(S)$, $V(S)$ och $D(S)$? (3 p)

b) Vilken fördelning har S approximativt (precisera fördelningen helt och hållet)? Ge även kort motivering. (2 p)

c) Beräkna sannolikheten att S överstiger 110, dvs $P(S > 110)$, med hjälp av approximationen i uppgift b). (5 p)

Uppgift 5

Vid ett test av olika cola-läsk-sorter fanns tre omarkerade glas, ett med Coca Cola, ett med Pepsi Cola, och ett med Cuba Cola. En tävlande ska sätta etiketter på de tre glasen, dvs markera det hen tror är Coca Cola med denna etikett, det hen tror är Pepsi med den etiketten, samt markera det hen tror är Cuba Cola med den etiketten. Låt X vara antal rätt markerade glas för en person som inte har en aning om hur de olika cola-sorterna smakar och som sätter etiketterna helt på måfå.

a) Bestäm $p_X(k)$ för relevanta värden på k . (8 p)

b) Beräkna $E(X)$ (kan i princip lösas även utan deluppgift a). (2 p)

Uppgift 6

Antag att vikten på nyfödda barn vid ett visst sjukhus är normalfördelat med väntevärde μ kg och standardavvikelse σ kg. Under en barnmorskas arbetspass föddes 6 bebisar, med vikter (x_i): 3.4, 3.7, 4.3, 4.7, 3.9, 4.0.

- a) Beräkna medelvärde $\bar{x}$ och standardavvikelse s . (2 p)
- b) Antag i denna deluppgift att $\sigma = 0.5$ är känt sedan gammalt. Skapa ett 95% konfidensintervall för μ . (4 p)
- c) Gör om uppgift b), men nu under antagandet att σ inte är känt utan behöver skattas. Använd även detta konfidensintervall för att testa hypotesen $H_0 : \mu = 3.5kg$, på 5%-nivån. (4 p)

Lycka till!