

Tentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare

17 augusti 2026 kl. 8-13

Examinator: Tom Britton, tel. 08-16 45 34, tom.britton@math.su.se

Tillåtna hjälpmedel: Formel- och tabellsamling (delas ut) och miniräknare.

Återlämning: Tentan kommer vara rättad senast två veckor efter tentamensdagen. När tentan är rättad meddelas detta via kursforumet och därefter kan tentan hämtas ut vid matematik-expeditionen.

Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng. Gränsen för godkänt är preliminärt 30 poäng. För D krävs 34 p, för C 40 p, för B 48 p och för A krävs 54 p. I dessa poäng får man inkludera eventuella bonuspoäng. Texten ska vara väl läsbar och resonemang ska vara klara och tydliga.

Det skall tydligt framgå hur beräkningar gjorts. Kommunikation med andra personer är **ej** tillåtet och kommer anmälas vid uppdagande.

Uppgift 1

Nedan följer 5 påståenden att svara sant eller falskt på (eller ingenting om man inte vet). **Obs: inga beräkningar eller motiveringar ska ges!!** Korrekt svar på respektive påstående ger 2p, fel svar ger -2p och inget svar ger 0p (om totalsumman skulle bli negativ sätts poängen till 0).

- a) Median är mer lämpligt att använda än medelvärde när data innehåller vissa observationer som är väsentligt större (eller mindre) än merparten observationer.
- b) Antag att händelsen A helt innefattas i händelsen B , vilket skrivs $A \subset B$. Det kan ändå hända att $P(A) > P(B)$.
- c) Antag att en slumpvariabel X kan endast anta värden mellan 5 och 10. Det är då omöjligt att $E(X) = 12$.
- d) En vanlig 6-sidig tärning kastas tills dess att det blir en sexa för första gången. Om X anger antal tärningskast som krävs, så blir $P(X > 4) = (5/6)^4$.
- e) Ett tvåsidigt 95% konfidensintervall OCH ett tvåsidigt 99% konfidensintervall skapas för en okänd längd μ , från samma data material. Det 99% konfidensintervallet är bredast av de två intervallen.

Uppgift 2

En lottförsäljare kommer med 100 lotter uppträdda på en metallring. Det finns exakt en högvinst bland lotterna, och Lisa har bestämt sig för att köpa lotter tills hon köper högvinsten, så hon köper en lott i taget och öppnar den tills dess att hon vinner högvinsten. Låt X ange hur många lotter Lisa köper tills hon vinner högvinsten.

- a) Bestäm utfallsrummet Ω för X (dvs vilka de möjliga värdena är). (2 p)
- a) Bestäm sannolikhetsfunktionen $p_X(k)$ för X för alla $k \in \Omega$. (4 p)
- b) Vad kallas denna fördelning och vad blir dess väntevärde? (4 p)

Uppgift 3

Låt Y vara en kontinuerlig slumpvariabel med täthetsfunktion $f_Y(y) = c \cdot y$, $0 \leq y \leq 5$ där c är en konstant, och $f_Y(y) = 0$ för övriga y .

- a) Vad måste c vara för att detta ska vara en täthetsfunktion? (2 p)
- b) Rita täthetsfunktionen för hand (behöver ej vara supersnyggt). (2 p)
- c) Vad kan man säga om $P(Y > 2.5)$, respektive om $E(Y) < 2.5$ eller $E(Y) > 2.5$ genom att bara betrakta figuren i b), dvs utan att göra några beräkningar? Motivera ditt svar. (2 p)
- d) Beräkna $P(Y > 2.5)$ och $E(Y)$. (4 p)

Uppgift 4

Medeldygnstemperaturen (X) en enskild dag i juli i Stockholm kan med god approximation antas följa en normalfördelning med väntevärde 17 grader och standardavvikelse 3 grader.

- a) Vad är sannolikheten att medeldygnstemperaturen en enskild dags hamnar under 14 grader? Uttryck först händelsen i termer av X och beräkna sedan sannolikheten. (3 p)
- b) Vad är sannolikheten att medeldygnstemperaturen en enskild dag överstiger 23 grader? (3 p)
- c) Antag att medeldygnstemperaturen den 10 juli och 20 juli är oberoende av varandra (stämmer nog ganska bra). Båda dessa dagar har således likafördelade och oberoende medeldygnstemperatur. Vad är sannolikheten att medeldygnstemperaturen överstiger 20 grader *båda* dessa dagar? (4 p)

Uppgift 5

Antag att den sanna vikten på en 100g Marabou chokladkaka är normalfördelad med väntevärde $\mu = 102$ g och standardavvikelse $\sigma = 1$ g (verkar någorlunda rimligt).

- a) Vad är sannolikheten att en slumpvis vald chokladkaka **inte** väger minst 100.00 g? (3 p)
- b) Antag att du inhandlar 10 st slumpvis valda sådana chokladkakor. Låt Y beteckna totalvikten på dessa 10 chokladkakor. Uttryck vikten på de enskilda chokladkakorna, och totalvikten Y med lämpliga beteckningar. Vilken fördelning har Y ? (3 p)

- c) Vad är sannolikheten att totalvikten **inte** blir minst 1000 g? (1000 g är ju vad man “betalar för” om man köper 10 chokladkakor) (3 p)
- d) Varför är inte sannolikheterna i a) och c) inte desamma? Förklara intuitivt varför den ena är större än den andra? (1 p)

Uppgift 6

Vid en gäddfisketävling fick Moa 6 gäddor med vikter (x_i): 3.4, 3.7, 4.3, 4.7, 3.9, 4.0 kg.

- a) Beräkna medelvärde $\bar{x}$ och standardavvikelse s . (2 p)
- b) Antag i denna deluppgift att $\sigma = 0.5$ är känt sedan gammalt. Skapa ett 95% konfidensintervall för μ . (4 p)
- c) Gör om uppgift b), men nu under antagandet att σ inte är känt utan behöver skattas. Använd även detta konfidensintervall för att testa hypotesen $H_0 : \mu = 3.5\text{kg}$, på 5%-nivån. (4 p)

Lycka till!