

STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

**Tentamen 2024-01-08:
Spelteori och matematisk ekonomi (MT3005)**

Kristoffer Lindensjö
E-post: kristoffer.lindensjo@math.su.se
Telefonnummer: 08-16 45 07

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare (tillhandahålles av institutionen).

Återlämning: information meddelas via kursforum.

Tentamen består av 6 uppgifter. Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng.

- Resonemang ska vara klara, tydliga och kortfattade.
- Svar ska motiveras om inte annat framgår.
- Börja varje uppgift på nytt papper.
- Numrera tydligt varje blad med uppgift och bladordning.
- Skriv ditt kodnummer på varje blad du lämnar in (men inget namn).
- Du får skriva dina svar på svenska eller engelska.

Preliminära betygsgränser:

A	B	C	D	E
54	48	40	34	30

Lycka till!

Uppgift 1

(A) Ange en definition av begreppet *Nashjämvikt* (NJ). (5 p)

(B) Ange en definition av begreppet *blandad strategi*. (5 p)

Uppgift 2

Betrakta följande spel.

	C	D
C	6,5	0,0
D	0,1	1,2

Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier eller visa att ingen Nashjämvikt i rena strategier finns. (10 p)

Uppgift 3

Vi har 2 spelare med möjliga handlingar E och F . Värdena för spelarna givet olika handlingspar motsvarar:

$$u_1(E, E) = u_2(E, E) = 0$$

$$u_1(F, F) = u_2(F, F) = 0$$

$$u_1(E, F) = u_2(F, E) = 1$$

$$u_1(F, E) = u_2(E, F) = 5.$$

(Notera att vi använder vår vanliga konvention att (E, F) betyder att spelare 1 använder handling E , och att spelare 2 använder handling F , osv.)

Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier.

Identifiera även samtliga Nashjämvikter (dvs. betrakta här även blandade strategier). (10 p)

Uppgift 4

Vi har $n = 2$ företag som konkurrerar genom att producera olika kvantiteter av en vara som de säljer på marknaden. Varje företag $i = 1, 2$ väljer en kvantitet $q_i \geq 0$ som de producerar och erhåller följande vinst/förlust:

$$\Pi_i(q_1, q_2) = q_i P(q_1 + q_2) - cq_i,$$

där

$$P(q_1 + q_2) = \begin{cases} \alpha - (q_1 + q_2), & q_1 + q_2 \leq \alpha \\ 0, & q_1 + q_2 > \alpha, \end{cases}$$

och $0 < c < \alpha$ är konstanta.

(Detta är ett exempel i Cournots modell för oligopol.)

(A) Ge kortfattade ekonomiska tolkningar av konstanten c och funktionen $P(\cdot)$. Som indikation på vad *kortfattade* innebär, kan sägas att sammanlagt två meningar bör kunna räcka. (2 p)

(B) Identifiera en Nashjämvikt (q_1^*, q_2^*) i rena strategier.

Givet denna Nashjämvikt, beräkna även respektive företags vinst/förlust, och den sammanlagda kvantitet som produceras. (8 p)

Uppgift 5

Betrakta följande spel

	G	H
G	6,5	1,0
H	0,1	0,0

Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier eller visa att ingen Nashjämvikt i rena strategier finns.

Finns fler Nashjämvikter om blandade strategier tillåts? I så fall exakt vilka? (10 p)

Uppgift 6

Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Vi betraktar här en *alla-betalars-auktion* med två budgivare $i = 1, 2$; mer specifikt gäller:

- De subjektiva värderingarna för varan som auktioneras ut är $v_1 = 10$ och $v_2 = 5$.
- Varje spelare lägger ett bud $b_i \geq 0, i = 1, 2$.
- Spelaren som lägger högst bud erhåller varan. Om de lägger samma bud så erhåller spelare 1 varan.
- **Varje spelare betalar det näst högsta budet oavsett** vem av dem som lägger högst bud.

(A) Skriv upp nyttan/vinsten/förlusten för varje spelare

$$\Pi_i(b_1, b_2)$$

som en funktion av buden b_1 och b_2 . (5 p)

(B) Är handlingsplanen $(b_1, b_2) = (1, 1)$ en Nashjämvikt?

Är handlingsplanen $(b_1, b_2) = (0, 10)$ en Nashjämvikt?

Finns en unik Nashjämvikt för detta spel? (5 p)