

STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

**Tentamen 2025-01-14:
Spelteori och matematisk ekonomi (MT3005)**

Kristoffer Lindensjö
E-post: kristoffer.lindensjo@math.su.se
Telefonnummer: 08-16 45 07

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare (tillhandahålles av institutionen).

Återlämning: information meddelas via kursforum.

Tentamen består av 6 uppgifter. Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng.

- Resonemang ska vara klara, tydliga och kortfattade.
- Svar ska motiveras om inte annat framgår.
- Börja varje uppgift på nytt papper.
- Numrera tydligt varje blad med uppgift och bladordning.
- Skriv ditt kodnummer på varje blad du lämnar in (men inget namn).
- Du får skriva dina svar på svenska eller engelska.

Preliminära betygsgränser:

A	B	C	D	E
54	48	40	34	30

Lycka till!

Uppgift 1

(A) Ett extensivt spel definieras med hjälp av fyra komponenter. Ange mycket kortfattat vilka dessa komponenter är. (4 p)

(B) Betrakta ett spel med två spelare ($n = 2$). Låt $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ beteckna de tillåtna handlingarna för båda spelarna. Låt u_1 och u_2 vara motsvarande värdefunktioner.

Antag att vi vill kontrollera om (a_1, a_3) är en Nashjämvikt. Detta går att göra genom att (i) kontrollera om a_1 är en lösning till visst optimeringsproblem, och (ii) kontrollera om a_3 är en lösning till visst optimeringsproblem.

Ange det första av dessa optimeringsproblem. (6 p)

Uppgift 2

Betrakta följande spel:

	C	D
A	8,4	1,0
B	0,4	0,0

(i) Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier (eller visa att ingen Nashjämvikt i rena strategier finns).

(ii) Identifiera samtliga Nashjämvikter (dvs. tillåt även blandade strategier). (10 p)

Uppgift 3

Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Betrakta en *första-pris-auktion* (First price auction) med budgivare (spelare) $i = 1, \dots, n$, för vilken följande gäller:

- De subjektiva värderingarna för varan som auktioneras ut är

$$v_1 > v_2 > \dots > v_n > 0.$$

- Varje spelare lägger ett bud $b_i \geq 0, i = 1, \dots, n$.
- Spelaren som lägger högst bud erhåller varan. Om flera spelare lägger samma bud så erhåller spelaren med högst värdering varan. Den spelare som erhåller varan betalar det högsta budet (ingen annan betalar något).

(i) (Ingen motivering krävs för just den här delfrågan (i).) Ange, som en funktion av samtliga bud, spelare i 's nytta (dvs. vinst/förlust), vilken betecknas

$$\Pi_i(b_1, \dots, b_n).$$

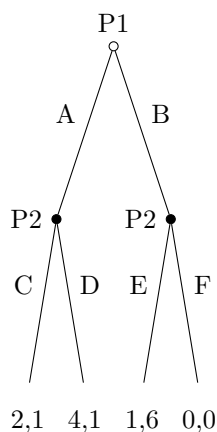
(ii) Är handlingsplanen (b, b, \dots, b) med $b = v_1$ en Nashjämvikt?

(iii) Finns det någon Nashjämvikt där spelare 1 **inte** erhåller varan?

(10 p)

Uppgift 4

Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Betrakta följande extensiva spel:



- Skriv spelet i strategisk form (tabellform) och identifiera samtliga Nashjämvikter.
- Identifiera samtliga delspelsperfekta Nashjämvikter.

(10 p)

Uppgift 5

Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Betrakta följande spel:

	C	D
C	2,2	0,5
D	5,0	1,1

- Identifiera samtliga Nashjämvikter (eller visa att ingen Nashjämvikt finns).
- Betrakta en **ändligt** upprepad version av detta spel, där det sista spelet spelas vid tidpunkt T . Identifiera en delspelsperfekt Nashjämvikt i detta upprepade spel (eller visa att ingen sådan finns).

(10 p)

Uppgift 6

Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Vi betraktar ett Bayesianskt spel (Bayesian game), med följande detaljer:

- Spelare 1 utgår ifrån att sannolikheten för att spelare 2 är av typ A är $\frac{1}{2}$, och att sannolikheten för att spelare 2 är av typ B är $\frac{1}{2}$.
- Spelare 2 har full information.

- De tillåtna handlingarna för spelarna är $\{E, F\}$ och preferenserna motsvarar följande: För spelare 1 gäller:

$$u_1(E, E) = 4$$

$$u_1(E, F) = 0$$

$$u_1(F, E) = 0$$

$$u_1(F, F) = 3.$$

För spelare 2 typ A gäller:

$$u_2(E, E) = 4$$

$$u_2(E, F) = 0$$

$$u_2(F, E) = 0$$

$$u_2(F, F) = 4.$$

För spelare 2 typ B gäller:

$$u_2(E, E) = 0$$

$$u_2(E, F) = 10$$

$$u_2(F, E) = 0$$

$$u_2(F, F) = 4.$$

Identifiera samtliga Nashjämvikter.

(10 p)