

STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

**Tentamen 2025-02-27:
Spelteori och matematisk ekonomi (MT3005)**

Kristoffer Lindensjö
E-post: kristoffer.lindensjo@math.su.se
Telefonnummer: 08-16 45 07

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare (tillhandahålles av institutionen).

Återlämning: information meddelas via kursforum.

Tentamen består av 6 uppgifter. Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng.

- Resonemang ska vara klara, tydliga och kortfattade.
- Svar ska motiveras om inte annat framgår.
- Börja varje uppgift på nytt papper.
- Numrera tydligt varje blad med uppgift och bladordning.
- Skriv ditt kodnummer på varje blad du lämnar in (men inget namn).
- Du får skriva dina svar på svenska eller engelska.

Preliminära betygsgränser:

A	B	C	D	E
54	48	40	34	30

Lycka till!

Uppgift 1

(A) Ange en definition av begreppet delspelsperfekt Nashjämvikt. (5 p)

(B) Betrakta ett spel där en spelare har följande handlingsalternativ

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}.$$

Konstruera en generell motsvarande blandad strategi.

Tips: Bygg ditt svar på en vektor (p_1, \dots, p_m) , och låt ditt svar innehålla antaganden och tolkningar för alla $p_i, i = 1, \dots, m$. (5 p)

Uppgift 2

Uppgiften gäller ett Bayesianskt spel (Bayesian game). Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Följande gäller:

- Spelare 2 har full information.
- Spelare 1 utgår ifrån att sannolikheten för att spelare 2 är av typ A är $\frac{1}{2}$, och att sannolikheten för att spelare 2 är av typ B är $\frac{1}{2}$.
- Om spelare 2 är av typ A har vi följande värden för de olika handlingskombinationerna:

	E	F
E	9,9	0,0
F	0,0	3,3

- Om spelare 2 är av typ B har vi följande värden för de olika handlingskombinationerna:

	E	F
E	9,9	0,18
F	0,0	3,3

Identifiera samtliga Nashjämvikter (i rena strategier). (10 p)

Uppgift 3

Identifiera samtliga Nashjämvikter (både i rena och blandade strategier) för följande spel:

	A	B
A	7,1	0,0
B	4,0	1,8

(10 p)

Uppgift 4

Spelet sten-sax-påse beskrivs enligt följande:

- Två identiska spelare.
- De möjliga handlingarna är: sten, sax och påse.
- Påse vinner över sten. Sten vinner över sax. Sax vinner över påse.
- Påse mot påse ger oavgjort, och samma sak gäller för sten mot sten och sax mot sax.
- Vinst ger värdet 1. Förlust ger värdet -1 . Oavgjort ger värdet 0.

(i) Formulera spelet sten-sax-påse som ett strategiskt spel i tabellform.

(ii) Identifiera en Nashjämvikt.

(10 p)

Uppgift 5

Identifiera bästaresponser och samtliga Nashjämvikter i rena strategier för spelet representerat i tabellen nedan.

Är detta ett symmetriskt spel? Motivera noga ditt svar med utgångspunkt i definitionen för ett symmetriskt spel.

	A	B	C
A	1, 1	4, 7	2, 5
B	1, 2	7, 7	2, 1
C	2, 2	7, 2	0, 0

(10 p)

Uppgift 6

Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Vi betraktar en *fjärde-pris-auktion* med $n \geq 4$ budgivare:

- De subjektiva värderingarna för varan som auktioneras ut är

$$v_1 > v_2 > \dots > v_n > 0.$$

- Varje spelare lägger ett bud $b_i \geq 0, i = 1, \dots, n$.
- Spelaren som lägger högst bud vinner auktionen (erhåller varan). Om flera spelare lägger högsta budet så vinner den spelare som bland dessa har högst värdering.
- Spelaren som vinner auktionen får betala det **fjärde högsta budet**. Ingen annan betalar något.

(i) Är handlingsplanen $(b_1, b_2, \dots, b_n) = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ (dvs. alla spelare lägger ett bud motsvarande den egna värderingen) en Nashjämvikt?

(ii) Finns det en Nashjämvikt (b_1, b_2, \dots, b_n) där $b_1 = b_2 = \dots = b_n$ (dvs. alla spelare lägger samma bud)?

(Glöm inte att tydligt motivera dina svar).

(10 p)