

STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

**Tentamen 2026-01-07:
Spelteori och matematisk ekonomi (MT3005)**

Kristoffer Lindensjö
E-post: kristoffer.lindensjo@math.su.se
Telefonnummer: 08-16 45 07

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare (tillhandahålles av institutionen).

Återlämning: information meddelas via kursforum.

Tentamen består av 6 uppgifter. Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng.

- Resonemang ska vara klara, tydliga och kortfattade.
- Svar ska motiveras om inte annat framgår.
- Börja varje uppgift på nytt papper.
- Numrera tydligt varje blad med uppgift och bladordning.
- Skriv ditt kodnummer på varje blad du lämnar in (men inget namn).
- Du får skriva dina svar på svenska eller engelska.

Preliminära betygsgränser:

A	B	C	D	E
54	48	40	34	30

Lycka till!

Uppgift 1

Besvara kortfattat (ett par meningar kan räcka) följande frågor:

- (i) Vad menas med en blandad strategi?
- (ii) Varför är blandade strategier viktiga inom spelteori?

(10 p)

Uppgift 2

Betrakta följande spel:

	C	D
A	8,4	1,0
B	0,4	0,0

(i) Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier (eller visa att ingen Nashjämvikt i rena strategier finns).

- (ii) Identifiera samtliga Nashjämvikter (dvs. tillåt även blandade strategier).

(10 p)

Uppgift 3

Använd endast rena strategier i den här uppgiften.

Vi har två spelare (spelare 1 och spelare 2) och följande spel:

	A	B
A	3, 2	1, 4
B	2, 3	5, 5.

Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier.

Finns det någon handling som strikt dominerar den andra handlingen? Utred frågan för bägge spelare.

(10 p)

Uppgift 4

Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Vi betraktar ett Bayesianskt spel (Bayesian game), med följande detaljer:

- Två spelare: Företag 1 och Företag 2.
- Företag 2 är antingen **konkurrensinriktakt** (typ A) eller **försiktigt** (typ B).
- Företag 1 utgår ifrån att sannolikheten för att Företag 2 är konkurrensinriktat är 0,5 och att sannolikheten för att Företag 2 är försiktigt är 0,5.
- Företag 2 har full information.
- De tillgängliga handlingarna för varje företag är *E* (expandera) och *I* (inte expandera).
- Preferenser (utbetalningar) ges i tabellerna nedan.

Utbetalningar (payoffs) givet att Företag 2 är konkurrensinriktat

	<i>E</i>	<i>I</i>
<i>E</i>	4, 4	0, 0
<i>I</i>	0, 0	3, 4.

Utbetalningar (payoffs) givet att Företag 2 är försiktigt

	<i>E</i>	<i>I</i>
<i>E</i>	4, 0	0, 10
<i>I</i>	0, 0	3, 4.

Identifiera samtliga Nashjämvikter.

(10 p)

Uppgift 5

Använd endast rena strategier i denna uppgift.

Vi betraktar ett extensivt (sekventiellt) spel mellan två spelare, P1 och P2:

- P1 väljer först mellan **A** eller **B**.
- Om P1 väljer **A** får P2 välja mellan **C** och **D**.
- Om P1 väljer **B** får P2 välja mellan **E** och **F**.

Motsvarande nyttor ges av:

P1-val	P2-val	Nytta (P1,P2)
<i>A</i>	<i>C</i>	(3, 2)
<i>A</i>	<i>D</i>	(1, 4)
<i>B</i>	<i>E</i>	(2, 1)
<i>B</i>	<i>F</i>	(4, 3)

Representera spelet som ett spelträd (samtliga aspekter av spelet ska framgå i ditt träd).

Skriv spelet i strategisk form (tabellform) och identifiera alla Nashjämvikter.

Identifiera alla delspelsperfekta Nashjämvikter.

(10 p)

Uppgift 6

Använd endast rena strategier i den här uppgiften. Betrakta en *första-pris-auktion* med budgivare $i = 1, \dots, n$, där de subjektiva värderingarna är

$$v_1 > v_2 > \dots > v_n > 0.$$

Varje spelare lägger ett bud $b_i \geq 0$. Vinnaren (dvs. spelaren som lägger högst bud) betalar sitt bud och erhåller varan. Om flera spelare lägger samma bud så vinner spelaren med högst värdering.

(i) Ange spelare i 's nytta $\Pi_i(b_1, \dots, b_n)$.

(ii) Är handlingsplanen $(b_1, \dots, b_n) = (v_1, \dots, v_1)$ en Nashjämvikt?

Till frågorna nedan inför vi en twist: auktionen har ett **reservpris** $r \in (0, v_1)$. Detta betyder att varan endast säljs om högsta budet b uppfyller $b \geq r$; dvs. om inget bud är lika med eller högre än reservpriset r så får ingen varan och ingen måste betala något.

(iii) Ange spelare i 's nytta $\Pi_i(b_1, \dots, b_n)$.

(iv) Finns det förutsättningar under vilka handlingsplanen $(b_1, \dots, b_n) = (r, r, \dots, r)$ är en Nashjämvikt? Vilka?

(10 p)