STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

Tentamen 2026-02-19:
Spelteori och matematisk ekonomi (MT3005)

Kristoffer Lindensjö
E-post: kristoffer.lindensjo@math.su.se
Telefonnummer: 08-16 45 07

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare (tillhandahålles av institutionen).

Återlämning: information meddelas via kursforum.

Tentamen består av 6 uppgifter. Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng.

- Resonemang ska vara klara, tydliga och kortfattade.
- Svar ska motiveras om inte annat framgår.
- Börja varje uppgift på nytt papper.
- Numrera tydligt varje blad med uppgift och bladordning.
- Skriv ditt kodnummer på varje blad du lämnar in (men inget namn).
- Du får skriva dina svar på svenska eller engelska.

Preliminära betygsgränser:

A	B	C	D	E
54	48	40	34	30

Lycka till!

Uppgift 1

Betrakta ett spel med n spelare. Låt A_i vara handlingsmängd för spelare i och låt $u_i(a_1, \ldots, a_n)$ vara dess nyttofunktion.

Antag att vi vill kontrollera om handlingsplanen

$$(a_1, \ldots, a_n)$$

är en Nashjämvikt (i rena strategier). För att göra detta kan vi kontrollera om varje spelare i:s handling a_i är en bästa respons givet de andra spelarnas handlingar a_{-i}, vilket kan göras genom att lösa ett visst optimeringsproblem.

Ange optimeringsproblemet för spelare i, och förklara hur dessa optimeringsproblem kan användas för att kontrollera om $(a_1, \ldots, a_n)$ är en Nashjämvikt.

(10 p)

Uppgift 2

Två spelare har möjliga handlingar E och F. Värdena för spelarna givet olika handlingspar ges av:

$$\begin{aligned}
u_1(E,E) &= -1, \quad & u_2(E,E) &= 3, \\
u_1(E,F) &= 0, & u_2(E,F) &= 1, \\
u_1(F,E) &= 0, & u_2(F,E) &= 0, \\
u_1(F,F) &= 3, & u_2(F,F) &= 0.
\end{aligned}$$

(i) Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier (eller visa att inga Nashjämvikter i rena strategier finns).

(ii) Identifiera samtliga Nashjämvikter (dvs. tillåt även blandade strategier). (10 p)

Uppgift 3

Betrakta följande spel:

	A	B	C
A	5,0	0,0	1,-1
B	1,3	2,0	1,-1
C	0,1	-1,4	-2,0

(i) Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier (eller visa att inga Nashjämvikter i rena strategier finns).

(ii) Identifiera samtliga Nashjämvikter (dvs. tillåt även blandade strategier).

(10 p)

Uppgift 4

Antag att vi har ett spel med ett ändligt antal spelare och ett ändligt antal tillgängliga handlingar. Måste en spelare vara indifferent mellan alla handlingar som av denne spelas med positiv sannolikhet i en blandad Nash-jämvikt?

Glöm inte att visa riktigheten i ditt svar med matematiska argument.

(10 p)

Uppgift 5

Tre företag väljer var för sig en av två färger för en produkt av något slag: **RÖD** eller **Blå**.

1. Om alla företag väljer **Röd** så tjänar varje företag 1.
2. Om alla företag väljer **Blå** så tjänar varje företag 1.
3. Om exakt ett företag väljer **Blå** så tjänar det företaget 3, medan de andra företagen tjänar 0 var.
4. Om exakt ett företag väljer **Röd** så tjänar det företaget 3, medan de andra företagen tjänar 0 var.

Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier (eller visa att inga Nashjämvikter i rena strategier finns). (10 p)

Uppgift 6

(i) Vi betraktar Hotellings modell (spel) för val:

- Spelarna motsvarar kandidaterna i valet. Antag att två kandidater finns, $i = 1, 2$.
- En kandidats föreslagna (politiska) policy motsvarar en punkt $x_i \in [0, 1]$ (dvs. i en kontinuerlig vänster-högerskala identifierad med enhetsintervallet).
- Det finns ett kontinuum av valdeltagare. Deltagarna har preferenser som fördelar sig på samma vänster-högerskala $[0, 1]$ och de röstar på den kandidat vars policy ligger närmast den egna preferensen. Antag också att väljarnas preferenser fördelar sig uniformt över $[0, 1]$ (tolkningen är att varje policy är lika populär).
- Om de två kandidaterna väljer samma politiska policy får de hälften av rösterna var.

Varje kandidats värdefunktion modelleras enligt

$$\Pi_i(x_1, x_2) = \begin{cases} 2, & \text{om kandidaten vinner (störst andel röster)} \\ 1, & \text{om kandidaten kommer på delad första plats} \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

Identifiera en Nashjämvikt i rena strategier.

(ii) Vi inför nu en twist i modellen: Antag att partierna kan välja sina positioner endast enligt

$$x_i \in \{0, 0.2, 0.7, 1\}$$

dvs. endast 4 stycken politiska policies är möjliga (medan valdeltagarnas preferenser är oförändrade).

Identifiera en ren Nashjämvikt i rena strategier. (10 p)