

## Tentamen i Statistisk analys

14 augusti 2025 kl. 8-13

*Examinator:* Tom Britton, tel. 08-16 45 34, tom.britton@math.su.se

*Tillåtna hjälpmedel:* Formel- och tabellsamling (delas ut) och miniräknare.

*Återlämning:* Tentan kommer vara rättad senast två veckor efter tentamensdagen. När tentan är rättad meddelas detta via kursforumet och därefter kan tentan hämtas ut vid matematik-expeditionen.

Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng. Gränsen för godkänt är preliminärt 30 poäng. För D krävs 34 p, för C 40 p, för B 48 p och för A krävs 54 p (bonuspoäng gäller som tidigare meddelats ej vid denna tentamen). Texten ska vara väl läsbar och resonemang ska vara klara och tydliga.

---

Det skall tydligt framgå hur beräkningar gjorts. Kommunikation med andra personer är **ej** tillåtet och kommer anmälas vid uppdagande.

---

### Uppgift 1

Nedan följer 5 påståenden att svara sant eller falskt på (eller ingenting om man inte vet). Korrekt svar på respektive påstående ger 2p, fel svar ger -2p och inget svar ger 0p (om totalsumman skulle bli negativ sätts poängen till 0).

- a) I Bayesiansk analys spelar val av apriorifördelning större roll om man har många dataobservationer än om man har få dataobservationer.
- b) En normalfördelningsplot transformerar data så att observationspunkterna ungefär följer en rät linje när den bakomliggande fördelningen är normalfördelad.
- c) En väntevädesriktig skattning  $\theta^*$  behöver inte alltid vara bättre än en skattning  $\theta^{**}$  som inte är väntevädesriktig.
- d) Medianen av ett datamaterial är mindre känslig för enskilda "outliers" än vad medelvärdet är.
- e) En urvalsundersökning med 2000 tillfrågade och en svarsfrekvens på 50% ger samma information som en urvalsundersökning med 1000 tillfrågade utan bortfall.

## Uppgift 2

Betrakta följande stickprov av 8 observationer: 3.13, 2.93, 2.81, 3.23, 2.99, 3.05, 3.10, 2.91. Det gäller att  $\sum_i x_i = 24.15$  och  $\sum_i x_i^2 = 73.0315$ . Antag att data är approximativt normalfördelade.

- a) Testa  $H_0 : \mu = 3.00$  mot  $H_1 \neq 3.00$  på 99%-nivån. (5 p)
- b) Gör ett 95% konfidensintervall för  $\mu$ . (5 p)

## Uppgift 3

Livslängden på två sorters glödlampor jämfördes, 5 st av sort A och 7 st av sort B. Livslängderna för A-lamporna blev (i dagar med normal användning): 234, 793, 362, 147 och 46. För B-lamporna ble motsvarande livslängder: 1056, 581, 992, 129, 646, 398, 1290.

- a) Genomför lämpligt icke-parametriskt test för att avgöra om det kan förkastas att de två lampsorterna har samma livslängdsfördelning. (8 p)
- b) Varför kan det i detta exempel vara tveksamt att använda ett parametriskt test? Motivera ditt svar. (2 p)

## Uppgift 4

Antalet nyinlagda på intensivvård (IVA) i Sverige var de 5 veckorna innan jul 2020 (dvs under pandemin) som följer (vecka, antal nyinläggningar): (47, 154), (48, 168), (49, 166), (50, 167), (51, 184). Antag att observationerna respektive vecka är oberoende av varandra (ett antagande som inte stämmer helt, men nästan). Till er hjälp kan ni använda följande:  $\sum_i x_i = 245$ ,  $\sum_i x_i^2 = 12015$ ,  $\sum_i y_i = 839$ ,  $\sum_i y_i^2 = 141241$ ,  $\sum_i x_i y_i = 41170$ .

- a) Ansätt lämplig modell och testa på 95%-nivån hypotesen att antalet nyinläggningar växer, mot nollhypotesen att så inte är fallet. Redovisa dina beräkningar och parameterskattningar. (6 p)
- b) Gör en prediktion för hur många som läggs in på IVA veckan därpå (vecka 52) inklusive ett intervall som redovisar osäkerheten i skattningen (t ex 95%). (4 p)

## Uppgift 5

Fyra olika kundstockar i ett försäkringsbolag jämfördes vad gäller inträffade skador de senaste 10 åren. Bland 100 kunder i vardera kundstock var det 32, 47, 39 respektive 44 kunder som inte haft någon skada under 10-årsperioden.

- a) Testa hypotesen att de fyra kundstockarna är likvärdiga (och därmed kan slås ihop) jämfört med alternativhypotesen att alla fyra kundstockar inte är likvärdiga. Använd felrisk 5%. (8 p)
- b) Beräkna ungefärligt p-värde för testet. Motivera ditt svar. (2 p)

**Uppgift 6**

Betrakta följande fördelning för  $X$  på intervallet  $[0, 1]$ :  $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1}$ . Antag att ett stickprov med 7 observationer samlas in  $x_1, \dots, x_7$ .

- a) Härled ML-skattningen för  $\theta$ . (7 p)
- b) Ange dess numeriska värde för följande 7 observationsvärden: 0.32, 0.85, 0.91, 0.74, 0.66, 0.49 och 0.94. (3 p)

*Lycka till!*