Stockholms universitet

Trafiksignalerad-, högerreglerad korsning eller cirkulationsplats - Vilken är mest effektiv?

Marcus Jonsson

Kandidatuppsats i matematisk statistik
Bachelor Thesis in Mathematical Statistics

Kandidatuppsats 2018:12
Matematisk statistik
Juni 2018

www.math.su.se

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm

Matematisk statistik
Stockholms universitet
Kandidatuppsats **2018:12**
http://www.math.su.se/matstat

Trafiksignalerad-, högerreglerad korsning eller cirkulationsplats - Vilken är mest effektiv?

Marcus Jonsson*

Juni 2018

Sammanfattning

Köbildningar är ett växande problem särskilt hos storstädsområden, motorvägar och landsvägar och som bidrar till längre restidsförluster. I den här uppsatsen, vi kommer genom simuleringar undersöka vilken korsningstyp som skulle minimera båda kölängder och totala fördröjningar (restidsförluster) vid en 4-vägskorsning. Tre korsningstyper kommer att behandlas här och de är följande: trafiksignalerad-, högerreglerad korsning och cirkulationsplats. Varje av dessa korsningstyper modelleras som en diskret modell där varje tidssteg svarar mot en tidsenhet och ur ett mikroperspektiv. Man tillåts lämna en korsningstyp via vänster-, högersväng eller rakt fram. Efter att dessa korsningstyper jämförts i tre olika situationer, vi kommer fram till att vid lågtrafikerad så högerreglerade korsningen skulle vara alternativet; cirkulationsplatsen skulle vara att föredra vid måttlig eller högtrafikerad om vänstersväng är tillåten; om man endast kan köra rakt fram så högerreglerade korsningen skulle vara bättre alternativ än de andra korsningstyperna vid måttlig trafikerad och cirkulationsplatsen vid högtrafikerad. Slutligen, vid mycket långa bilköer vid en korsningstyp, cirkulationsplatsen anses vara mest effektiv vid hanteringen av det extremt höga trafikflödet.

*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91, Sverige.
E-post: marcusjon@hotmail.com. Handledare: Pieter Trapman.

Tack

Jag vill tacka min handledare Pieter Trapman för hans värdefulla tips och åsikter, och som leder mitt kandidatarbete framåt.

Innehåll

1 Introduktion **4**
1.1 Syfte och frågeställningar . . . 4
1.2 Uppsatsens upplägg . . . 4

2 Modellbeskrivningar **4**
2.1 Modellantaganden . . . 4
2.1.1 Allmänna antaganden . . . 4
2.1.2 Extra antaganden vid trafiksignalerade korsningen . . . 5
2.1.3 Extra antaganden vid högerreglerade korsningen . . . 5
2.2 Användbara beteckningar . . . 6
2.3 Sambandet mellan $A'_j(t+1)$ och $A_j(t+1)$ . . . 6
2.4 Modellformuleringar . . . 7
2.4.1 Trafiksignalerad 4-vägskorsning . . . 7
2.4.2 Högerregelerad 4-vägskorsning . . . 8
2.4.3 Cirkulationsplats . . . 11
2.5 Beräkning av väntetider och totala fördröjningar . . . 13

3 Simuleringar och resultat **15**
3.1 Beskrivning av tre diverse situationer . . . 15
3.2 Bestämning av längden av en cykel . . . 15
3.3 Jämförelser . . . 15

4 Slutsatser och diskussion **17**
4.1 Våra slutsatser . . . 17
4.2 Externa slutsatser . . . 18
4.3 Jämförelse vid extremt högtrafikerad . . . 18
4.3.1 Jämförelse av effekten av vänstersväng på kapaciteten . . . 22
4.4 Konsekvenser vid reduceringen av sannolikheten för vänstersväng . . . 23
4.5 Jämför Van Leeuwaardens modell . . . 23
4.6 $M/M/s$ med fördröjningar som alternativ modellformulering . . . 23
4.7 Modellavgränsningar och möjliga förbättringar . . . 24
4.8 Trafiksäkerhetsfördelar . . . 25

5 Appendix **25**

Referenser **27**

1 Introduktion

Trafikstockningar är ett globalt problem idag och som bidrar till längre restidsförluster. Kartföretaget TomTom [7] har bland annat listat över de länder med den enormt negativa utvecklingen av restidsförluster. Texas A&M Transportation Institute [8] har exempelvis rapporterat att alternativa kostnader, bensinförbrukningar och totala fördröjningar alla har ökat på grund av trafikstockningar, vilket visar att båda ekonomiska och miljökonsekvenser är enorma. I och med det ökande behovet av transporter och allt fler som reser är utnyttjandet av trafiksystemet på effektivt sätt därför viktigt.

I den här uppsatsen studeras tre korsningstyper närmare på och de är följande: 4-vägskorsning med och utan trafiksignaler och cirkulationsplats. Vid trafiksignalerade korsningen, man måste stanna när trafikljuset är rött och man kan åka när det är grönt; vid korsningen utan trafiksignaler, man måste lämna företräde åt bilar som kommer från höger enligt högerregeln; vid cirkulationsplatsen, man måste väja mot bilarna inne i cirkulationen enligt väjningsplikt.

1.1 Syfte och frågeställningar

Syftet med den här uppsatsen är att undersöka vilken av dessa nämnda korsningstyper som skulle minimera kölängder och totala fördröjningar. Vi ska försöka genom simuleringar besvara på följande två frågor:

- Vid jämnt fördelade trafikflöde, vilken typ av korsning skulle då vara alternativet givet trafikflödet är lågt, måttligt respektive högt?
- Hur skulle kölängder och totala fördröjningar påverkas vid val av korsningstyp och trafikflöde?

1.2 Uppsatsens upplägg

Vi ska i avsnitt 2 fokusera oss på modellbeskrivningar bland annat vilka modellantaganden som införs och hur vi modellerar dessa korsningstyper samt hur väntetider och totala fördröjningar beräknas. I avsnitt 3, vi förbereder oss inför jämförelserna mellan korsningstyperna exempelvis vilka situationer dessa korsningstyper ska jämföras och detta avsnitt avslutas med att bilaga grafiska figurer över jämförelserna. I avsnitt 4, vi drar våra slutsatser angående våra frågeställningar och jämför dessa slutsatser med externa. Dessutom, vi kommer i detta avsnitt att diskutera intressanta observationer, svagheter hos våra modellformuleringar och hur dessa kan förbättras samt presentera alternativa modellformuleringar dvs. hur andra har modellerat dessa korsningstyper. Framtida forskning föreslås även i avsnitt 4 bland annat accelerationer bör tas hänsyn till vid modellering, utvidga den här 4-vägskorsningen med separata körfälten avsedd för vänstersväng och slutligen, våra modeller skulle möjligen kunna definieras i kontinuerlig tid istället.

2 Modellbeskrivningar

2.1 Modellantaganden

Att ta hänsyn till alla tänkbara detaljer som kan förekommas i verkligheten under simuleringar skulle bli alltför komplicerat. Istället, vi inför en del förenklingar av verkligheten men samtidigt det relevanta innehållet bevaras, förhoppningsvis. De följande förenklade antaganden beskrivs utförligt nedan.

2.1.1 Allmänna antaganden

A1: *Tiden definieras i diskreta tidssteg där varje tidssteg svarar mot en tidsenhet.*

A2: *Antalet bilar som anländer till en korsningstyp via riktning j under en tidsenhet antas vara Poisson fördelat med parameter $\lambda_j > 0$ och som är oberoende av andra anländesprocesser. Beteckningsmässigt, låt $A_j(t+1) \sim Po(\lambda_j)$, $j = S, E, N, W$, vara antalet bilar som anländer via j under $[t, t+1)$, $t \geq 0$ där: S står för Söder; E Öst; N Norr; W Väst.*

Anmärkning 1: En standard men förenklat antagande för hur bilar anländer skulle vara Poisson process med ankomstintensitet $\lambda > 0$ så det följer att antalet bilar som kommer under ett tidssteg skulle vara Poisson fördelat med parameter $\lambda > 0$ [2], s. 299. En tolkning av λ är det förväntade antalet bilar som kommer till en korsningstyp per tidsenhet, eller per tidssteg då de är ekvivalenta på grund av vår definition av ett tidssteg. Notera att denna parameter inte beror på tiden, det vill säga, hur många bilar som förväntas komma till korsningstypen via en riktning är densamma oavsett om det är på dag eller natt. Detta antagande kan tyckas vara orealistiskt men samtidigt vi vill observera hur väl den här korsningstypen kan klara av i längden givet trafikflödet, och då är detta antagande rimligt.

A3: *Man kan välja mellan vänstersväng V, rakt fram R eller högersväng H som sitt destinationsval.*

A4: *Man väljer sitt destinationsval helt oberoende av andra.*

A5: *Man behåller sitt destinationsval tills man kan köra igenom korsningstypen.*

Anmärkning 2: Vi förutsätter alltså att man inte kan ändra sig och ta ett annat sätt att köra igenom korsningstypen precis efter man har väjt mot någon annan. Till exempel, om man tänker ta en vänstersväng så man kommer att stanna där tills man kan svänga till vänster. Det här antagandet bidrar till betydligt längre kölängd men samtidigt vi vill observera hur väl de tre korsningstyperna skulle klara av i längden och då är detta antagande rimligt.

A6: *Storleken på varje kölängd är obegränsad.*

2.1.2 Extra antaganden vid trafiksignalerade korsningen

TA1: *Det tar en tidsenhet för en bil som stannat att köra igenom korsningen.*

Anmärkning 3: Tanken med antagandet är att det tar längre för en bil att köra igenom om den har stannat på grund av att det tar tid för den att accelerera och kör igenom den. Fördröjningar uppstår med andra ord.

TA2: *Ingen fördröjning uppstår när man anländer till korsningen vid tillräckligt hög fart och som kan köra igenom den utan att behöva stanna.*

TA3: *Om man kommer till korsningen vid tillräckligt hög fart och som tänker svänga till vänster men ser någon annan bil i motsatta körfältet, så man stannar för säkerhets skull.*

Anmärkning 4: Vi antar alltså att svenskar i allmänhet är dåliga på att skicka signaler om hur de tänker göra härnäst att man måste vara försiktig i samband med vänstersväng. Detta med tanke på att man anlänt till denna korsning vid hög hastighet.

TA4: *Om man som står främst i kö tänker ta vänstersväng och det är tomt i motsatta körfältet, men ser någon annan bil där som kommer till den här korsningen vid hög fart, så man stannar för säkerhets skull.*

Anmärkning 5: Ungefär samma resonemang som *Anmärkning 4*, dvs. denna anländande bil i det motsatta körfältet antas vara otydlig med hur den tänker göra nu att man stannar och inväntar.

2.1.3 Extra antaganden vid högerreglerade korsningen

HA1: *Det tar en tidsenhet för en bil som stannat att köra igenom korsningen.*

HA2: *Ingen fördröjning uppstår när man kommer till korsningen vid tillräckligt hög fart och som kan köra igenom den utan att behöva stanna.*

HA3: *Om man kommer till korsningen vid tillräckligt hög fart och som tänker svänga till vänster men ser minst en bil i körfältet till höger, så man måste enligt högerregeln stanna och lämna företräde åt bilarna där;*

om körfältet till höger är tomt men det finns minst en bil i det motsatta körfältet, så man stannar för säkerhets skull.

Anmärkning 6: Om det bara finns en bil till höger under det här tidssteget och den tänker ta högersväng, man antas ändå stanna och lämna företräde åt denna bil, detta med tanke på att man kommer till den här korsningen vid hög fart, att man inte exakt vet vad denna bil tänker göra nu. Slutligen, vi resonerar på samma sätt som *Anmärkning 5* om varför man ska stanna och invänta ifall körfältet till höger är tomt och det kommer minst en bil i motsatta körfältet under det här tidssteget, även om den också tänker ta vänstersväng.

HA4: *Om man som står främst i kö planerar att svänga till vänster och körfälten till höger och mittemot båda är tomma, men ser någon annan bil i något av dessa körfälten som kommer vid hög fart, så man stannar och inväntar.*

Anmärkning 7: Om det kommer minst en bil till höger, så man måste stanna och lämna företräde åt dessa enligt högerregeln; om istället, det kommer bara minst en bil i motsatta körfältet så vi resonerar på samma sätt som *Anmärkning 5*.

Vi kommer att beskriva extra antaganden vid cirkulationsplatsen mer utförligt när vi kommer till modellformuleringen.

2.2 Användbara beteckningar

Vi använder konventionen att $\mathbb{N}_0$ representerar de naturliga talen inkluderande 0.

Tabell 1 visar användbara beteckningar som gäller samtliga tre korsningstyper och avsedd för riktning $j = S, E, N, W$.

Beteckning	Beskrivning
$Q_j(t)$	Kölängden i riktning j vid tidssteg t
$D_j(t)$	Destinationsvalet för främsta bilen i kö i riktning j vid tidssteg t
$A_j(t)$	Antalet bilar som anländer via riktning j under $[t, t+1)$
$A'_j(t)$	Antalet anländande bilar bakom som tvingats stanna på grund av den framförande bilen stannat

Tabell 1: Användbara beteckningar gällande samtliga tre korsningtyper och som gäller för riktning $j = S, E, N, W$.

2.3 Sambandet mellan $A'_j(t+1)$ och $A_j(t+1)$

Vi ska här härleda ett samband mellan $A'_j(t+1)$ och $A_j(t+1)$. Vi börjar med två trivala fall: om $A_j(t+1) = 0$ så ingen bil har kommit under $[t, t+1)$ och därmed inga bilar har därför hindrats, så att $A'_j(t+1) = 0$; däremot, om $A_j(t+1) = 1$, så det gäller fortfarande att $A'_j(t+1) = 0$ eftersom det inte finns någon annan bil bakom som den här framförande bilen kan hindra. Att sammanfatta, $A'_j(t+1) = 0$ om $A_j(t+1) = 0, 1$.

Anta nu att $A_j(t+1) \geq 2$ och det blir mer intressant. Låt $d_j(t+1)$ vara antalet anländande bilar som passerar över korsningen under $[t, t+1)$. Det följer nu av våra modellformuleringar, se avsnitt 2.4 nedan, att det maximala antalet bilar som kan hindrats är $A_j(t+1) - 1$, nämligen, om den första anländande bilen tvingats stanna av någon anledning och därmed $A_j(t+1) - 1$ bakom också tvingats stanna. Vidare, det minsta antalet bilar som kan hindrats är 0, vilket inträffas om alla $A_j(t+1)$ har kört igenom den under det här tidssteget, alltså $d_j(t+1) = A_j(t+1)$. Vi ser att vi kan uttrycka sambandet mellan $A'_j(t+1)$ och $A_j(t+1)$, och som även gäller för $A_S(t+1) = 0, 1$, på följande sätt:

$$A'_j(t+1) = (A_j(t+1) - 1 - d_j(t+1))^+, \quad 0 \leq d_j(t+1) \leq A_j(t+1),$$

där

$$(A_j(t+1) - 1 - d_j(t+1))^+ = \begin{cases} A_j(t+1) - 1 - d_j(t+1), & A_j(t+1) > 1 + d_j(t+1) \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

Till exempel, $A_j(t+1) = 10, d_j(t+1) = 1$ och vi får att $A'_j(t+1) = (10 - 1 - 1)^+ = 8$ vilket stämmer, eftersom endast den första anländande bilen har passerat över korsningen och den andra anländande bilen tvingats stanna, så att den har hindrat 8 bilar bakom. Ett annat exempel, om $A_j(t+1) = 1$ och $d_j(t+1) = 0$ eller $d_j(t+1) = 1$ så huruvida eller inte den här anländande bilen har lyckats passera över korsningen under det här tidssteget, den kommer ändå inte hindra några bilar bakom, vilket bekräftas av de följande två uträkningarna: $(1 - 1 - 0)^+ = 0$ och $(1 - 1 - 1)^+ = 0$.

2.4 Modellformuleringar

Vid varje modellformulering, en detaljerad beskrivning, dvs. mikroperspektiv, av hur den nuvarande kölängden ändras vid nästa tidssteg kommer att göras, och med S som utgångspunkten. Vi får en helt analog beskrivning för E, N och W genom att byta utgångspunkten från S till någon av de övriga riktningarna.

2.4.1 Trafiksignalerad 4-vägskorsning

Låt varje cykel svara mot T tidssteg där T är ett strikt positivt heltal. Låt vidare att under varje udda numrerad cykel är trafikljuset grönt för S och N (rött för E och W) och för E och W under varje jämnt numrerad cykel (rött för S och N). Det följer nu av **A3** och **A6** att tillståndsrummet för den korsningen ges av

$$\mathbb{S} \in \mathbb{N}_0^4 \text{x} \{V, R, H\}^4,$$

där $\mathbb{N}_0^4$ är de värden som varje kölängd i de fyra körfälten vid den här korsningen kan anta och $\{V, R, H\}^4$ är det destinationsval som varje av de fyra främsta bilarna i dessa körfälten kan välja mellan.

Under varje jämnt numrerad cykel, bilar i S och N antas vara laglydiga att de inte passerar över korsningen utan de stannar och väntar, och under tiden nya bilar kommer men de får stå bakom i kö. Under varje udda numrerad cykel, bilar tillåts kunna köra igenom korsningen och låt

$$\{Q_S(t), D_S(t), Q_N(t), D_N(t)\}$$

beskriva köprocessen för S och N. Anta nu att kölängden i S inte är tom vid tidssteg t, dvs. $Q_S(t) > 0$. Om bilen i S tänker köra rakt fram eller svänga till höger, alltså $D_S(t) = R$ eller $D_S(t) = H$, så den kan köra igenom korsningen och det följer nu av **A2** och **TA1** att kölängden vid nästa tidssteg ges av

$$Q_S(t+1) = Q_S(t) - 1 + A_S(t+1)$$

alltså bilen först i kö passerar över korsningen under det här tidssteget och under tiden, $A_S(t+1)$ nya bilar kommer. Nu om $D_S(t) = V$, dvs bilen i S tänker ta vänstersväng och då det blir mer intressant ty vi måste ta hänsyn till vad som händer i N under det här tidssteget. Om $Q_N(t) > 0$ och $D_N(t) = V$ så båda bilar kan svänga till vänster samtidigt och vi får att

$$Q_S(t+1) = Q_S(t) - 1 + A_S(t+1),$$

och annars $D_N(t) = R$ eller $D_N(t) = H$ och bilen i S måste stanna och lämna företräde åt bilen i N, fås

$$Q_S(t+1) = Q_S(t) + A_S(t+1).$$

Däremot om $Q_N(t) = 0$ och $A_N(t+1) > 0$ så det följer av **TA4** att

$$Q_S(t+1) = Q_S(t) + A_S(t+1),$$

dvs man stannar och inväntar på dessa anländande bilar i N.

Situationen blir enkel om $Q_N(t) = A_N(t+1) = 0$ eftersom N är tom under hela det här tidssteget och således, bilen i S kan svänga till vänster, fås

$$Q_S(t+1) = Q_S(t) - 1 + A_S(t+1).$$

Anta nu att $Q_S(t) = 0$ och $A_S(t+1) > 0$. Om alla dessa $A_S(t+1)$ anländande bilar tänker rakt fram eller svänga till höger så det följer av **TA2** att

$$Q_S(t+1) = 0$$

alltså ingen fördröjning uppstår. Däremot om någon av dessa tänker svänga till vänster och om $Q_N(t) > 0$ eller $Q_N(t) = 0$ och $A_N(t+1) > 0$ så det följer av **TA3** att

$$Q_S(t+1) = 1 + A'_S(t+1).$$

dvs. den här anländande bilen stannat för säkerhets skull och därmed den hindrat $A'_S(t+1)$ andra anländande bilar bakom. Annars $Q_N(t) = A_N(t+1) = 0$ och så

$$Q_S(t+1) = 0.$$

Vi definierar på helt motsvarande sätt för E och W vid båda udda och jämnt numrerad cykel.

2.4.2 Högerregelerad 4-vägskorsning

Modellformuleringen för den här korsningstypen påminner mycket om den förra men den största skillnaden är att antalet olika fall som kan förekommas är mer omfattande på grund av högerregeln som gäller här. Men grundidén med den här modellformuleringen är densamma som förra: fördröjningar uppstår i samband med när man tvingats stanna; att ingen fördröjning skulle uppstå om man kunnat passera över korsningen tillräckligt snabb. Tillståndsrummet för den här modellen är densamma som förra, dvs

$$\mathbb{S} \in \mathbb{N}_0^4 \text{x} \{V, R, H\}^4.$$

På grund av att trafikljus saknas så vi behöver till skillnad från den förra modellen observera vad som händer i varje riktning åt gången och köprocessen för den här modellen blir därför fullständig, dvs

$$\{Q_S(t), D_S(t), Q_E(t), D_E(t), Q_N(t), D_N(t), Q_W(t), D_W(t)\}.$$

Eftersom tiden är definierad i diskret tid så det följer att de främsta bilarna vid den här korsningen tänker samtidigt hur de tänker köra igenom korsningen. Så om alla 4 främsta bilar tänker köra rakt fram eller svänga till vänster vid det här tidssteget så det blir trafikstopp vid den här korsningen. Detta eftersom de har lämnat företräde åt varandra, att ingen av dem hade kunnat köra igenom den. Och även de efterföljande tidsstegen eftersom man antas vara fast besluten, se **A5**. En tillfällig lösning för att åtgärda detta stopp är genom slantsingling och om utfallet blir Krona, så främsta bilarna i S och N antas få företräde att köra igenom korsningen vid det här tidssteget medan främsta bilarna i E och W antas stanna kvar. Situationen

blir omvänt ifall utfallet blir Klave istället. Men notera att bilarna i S och N inte helt säkert kan köra igenom korsningen samtidigt eftersom kanske någon av dem korsar annans riktning, vilket då den som korsar måste enligt högerregeln väja mot den andra. Mer specifikt, båda kan lämna korsningen samtidigt om $D_S(t) = D_N(t)$ och annars $D_S(t) \neq D_N(t)$ och den som tänker svänga till vänster får stanna och lämna företräde åt den andra, då den senare tänker rakt fram. Den här tillfälliga lösningen appliceras även om de väjt mot anländande bilar, de senare som tänker köra rakt fram eller svänga till vänster. Detta skulle också leda till trafikstopp vid det här tidssteget.

Högersväng är, på samma sätt som förra modellformuleringen, alltid möjlig så att de som tänker ta högersväng kan alltid köra igenom korsningen utan att behöva bekymra sig om de andra körfälten. Däremot, om man tänker köra rakt fram eller svänga till vänster så man måste observera vad som händer i de övriga tre körfälten under $[t, t+1)$ och eftersom antalet olika fall som kan inträffas är rätt omfattande så vi sammanfattar samtliga dessa fall tillsammans med det enda fallet vid högersväng i Tabell 2 och med S som utgångspunkten. Dessa fall gäller alltså för den främsta bilen i S som stannat och som kan köra igenom korsningen under $[t, t+1)$. För att öka läsbarheten, vi skriver exempelvis bara $D_S(t) = H$ istället för det mer omständigare uttrycket, $Q_S(t) > 0$, $D_S(t) = H$.

Fall
$1 : D_S(t) = H$
$2 : D_S(t) = D_E(t) = R, D_N(t) = H$
$3 : D_S(t) = D_E(t) = D_N(t) = R, Q_W(t) = A_W(t+1) = 0$
$4 : D_S(t) = R, D_E(t) = V, D_N(t) = R, Q_W(t) = A_W(t+1) = 0$
$5 : D_S(t) = R, D_E(t) = V, D_N(t) = D_W(t) = H$
$6 : D_S(t) = R, D_E(t) = V, Q_N(t) = A_N(t+1) = 0, D_W(t) = H$
$7 : D_S(t) = R, Q_E(t) = A_E(t+1) = 0$
$8 : D_S(t) = V, Q_E(t) > 0, D_N(t) = V, D_W(t) = H$
$9 : D_S(t) = V, Q_E(t) > 0, D_N(t) = V, Q_W(t) = A_W(t+1) = 0$
$10 : D_S(t) = V, D_E(t) = H, D_N(t) = V$
$11 : D_S(t) = V, D_E(t) = H, D_N(t) = R, D_W(t) = H$
$12 : D_S(t) = V, D_E(t) = H, Q_N(t) = A_N(t+1) = 0$
$13 : D_S(t) = V, Q_E(t) = A_E(t+1) = 0, D_N(t) = V$
$14 : D_S(t) = V, Q_E(t) = A_E(t+1) = 0, D_N(t) = R, D_W(t) = H$
$15 : D_S(t) = V, Q_E(t) = A_E(t+1) = Q_N(t) = A_N(t+1) = 0$

Tabell 2: Här sammanfattas alla fall som den främsta bilen i kö i S kan köra igenom korsningen via vänster-, högersväng eller rakt fram under $[t, t+1)$. Alltså, samtliga 15 fall gäller för $Q_S(t) > 0$. För att öka läsbarheten, endast exempelvis $D_S(t) = H$ skrivs ut istället för $Q_S(t) > 0$, $D_S(t) = H$.

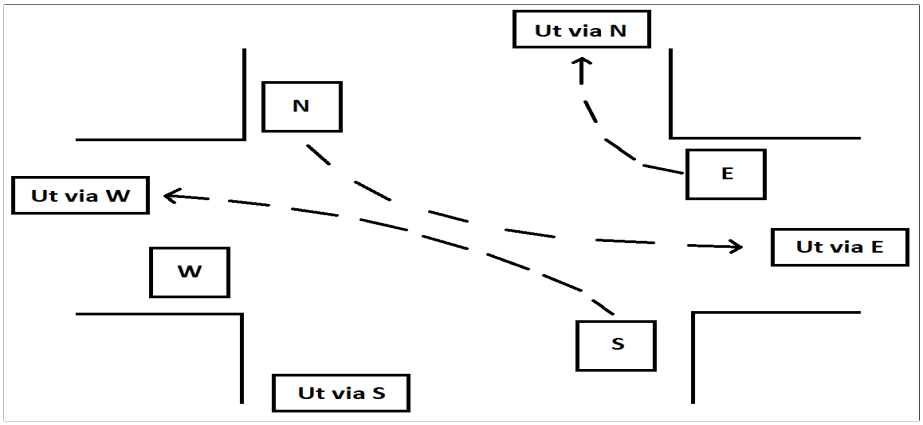
Vi kommer inte att gå igenom varje av dessa 15 fall utan bara några medan de andra kan resoneras på motsvarande sätt varför dessa lämnas åt intresserade läsare.

Fall 2 där rakframgående bilen i E måste väja mot högersvängande bilen i N enligt högerregeln, och bilen i S kan på motsvarande resonemang som Fall 10 (se nedan) passa på att köra rakt fram. Notera att bilen i S helt kan ignorera vad som händer i W eftersom den senare ska ändå stanna om den måste.

Fall 7, där bilen i S kan köra rakt fram ty E är tom under $[t, t+1)$ så att den inte behöver väja mot bilarna i E.

Fall 10 där bilen i S kan svänga till vänster eftersom bilen i E planerar att ta högersväng och N vänstersväng. Notera att bilen i N också kan ta vänstersväng trots den kanske måste väja mot bilen i W enligt högerregeln. Detta kan inses genom att om bilen i W tänker antingen köra rakt fram eller svänga till vänster så den måste väja mot bilen i S, då den senare tänker svänga till vänster enligt högerregeln. I samma ögonblick, bilen i N kan då passa på att svänga till vänster, se Figur 1. Däremot, om bilen i W tänker svänga till höger så detta blir inte problem, då bilen i N fortfarande kan svänga till vänster.

Korsningen utan trafiksignaler



Figur 1: En illustration av Fall 10. Bilen i N kan passa på att svänga till vänster ty bilen i W måste stanna och lämna företräde åt bilen i S om den förra tänker köra rakt fram eller svänga till vänster. Bilen i N kan fortfarande svänga till vänster om bilen i W tänker istället ta högersväng.

Fall 8 är spegelvänt till Fall 10, dvs. bilen i E ska i förekommande fall väja mot bilen i N ifall den förra tänker antingen köra rakt fram eller svänga till vänster. Vänstersvängande bilen i S kan då passa på att köra igenom. Att bilen i N kan ta vänstersväng beror på att bilen i W planerar att ta högersväng så att den förra slipper att stanna och lämna företräde åt den senare. Däremot om bilen i W tänker antingen köra rakt fram eller också ta vänstersväng, så det blir trafikstopp, då alla bilar vid den här korsningen har lämnat företräde åt varandra (om bilen i E också tänker köra rakt fram eller svänga till vänster). Vid sådant fall, ett mynt kastas därför som den tillfälliga lösningen.

Fall 14, där E är tom under $[t, t+1)$ och att bilen i W tänker ta högersväng. Detta medför att bilen i N, som tänkt köra rakt fram, måste stanna och lämna företräde åt bilen i W och samtidigt, bilen i S kan passa på att svänga till vänster.

Anta nu att $Q_S(t) = 0$ och $A_S(t+1) > 0$. Om alla dessa $A_S(t+1)$ bilar tänker ta en högersväng så ingen fördröjning uppstår, se **HA2**, fås

$$Q_S(t+1) = 0.$$

Däremot om någon av dessa anländande bilar i S tänker köra rakt fram och körfältet i E är inte tomt under $[t, t+1)$, så den här anländande bilen måste väja mot bilarna där enligt högerregeln, så att

$$Q_S(t+1) = 1 + A'_S(t+1),$$

där $A'_S(t+1)$ är antalet bilar bakom som hindrats på grund av den här framförande bilen som stannat. Om den här bilen istället för rakt fram tänker ta vänstersväng, så vi måste observera vad som händer i båda E och N åt gången under $[t, t+1)$; om det finns någon annan bil där eller någon annan som är på väg hit vid hög fart, så det följer av **HA3** att den här anländande bilen stannar för säkerhets skull, så att

$$Q_S(t+1) = 1 + A'_S(t+1).$$

Att sammanfatta, den här anländande bilen, som tänkt ta vänstersväng, kommer att stanna om

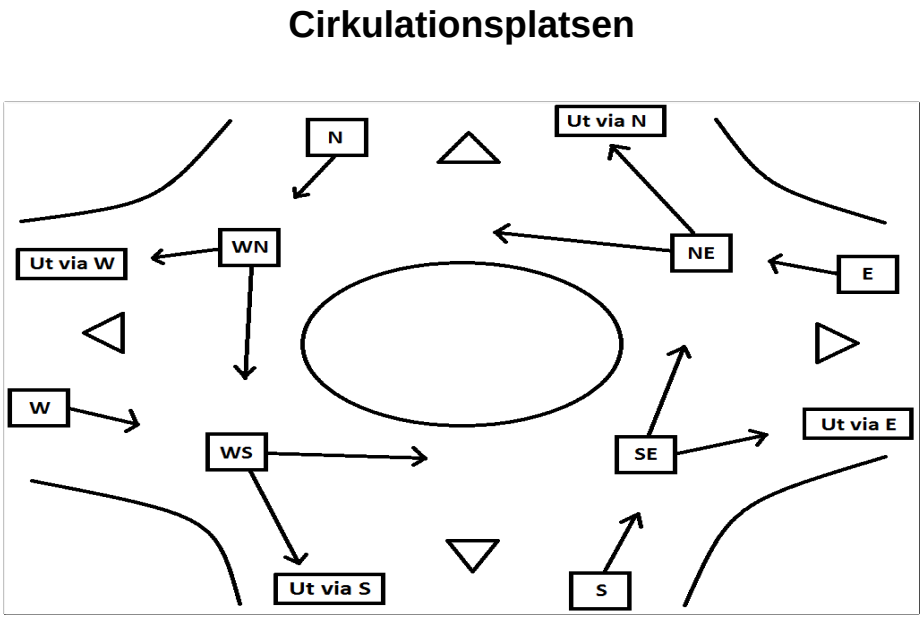
$$Q_j(t) > 0 \quad \text{eller} \quad A_j(t+1) > 0$$

för något $j \in \{E, N\}$. Däremot, om inget av dessa händelser inträffas under $[t, t+1)$, vilket alltså är ekvivalent med att E och N båda är tomma under $[t, t+1)$, så alla dessa $A_S(t+1)$ kan köra igenom korsningen utan att fördröjningar uppstår, se **HA2**, fås

$$Q_S(t+1) = 0.$$

2.4.3 Cirkulationsplats

Den här är den sista modellformuleringen och situationen blir annorlunda jämfört med de två tidigare korsningstyperna. Anledningen är att väjningsplikt som gäller här och man måste då enligt denna regel väja mot bilarna inne i cirkulationen. Detta medför att vi är i behov av mer information om vad som händer här. Det räcker alltså inte med de sedvanliga beteckningarna, S, E, N och W utan 4 extra beteckningar behövs och de är följande: WS, SE, NE och WN, se Figur 2.



Figur 2: Till skillnad från de två tidigare modellerna, mer information behövs vid cirkulationsplatsen, speciellt vad som händer inne i cirkulationen, varför WS, SE, NE och WN införs som 4 extra beteckningar.

Vi observerar ur Figur 2 att det finns kurvor där så att bilar inte kan köra igenom den lika snabb som vid en vanlig 4-vägskorsning. Vi antar därför att fördröjningar uppstår alltid när man närmar sig den här cirkulationsplatsen. Mer specifikt, vi antar att det tar exakt en tidsenhet för en bil att förflytta sig från en nod till närliggande noden, till höger. Till exempel, det skulle ta 2 tidsenheter för bilen i S att ta sig ut ur cirkulationsplatsen via högersväng; 3 om den tänker köra rakt fram; 4 om den planerar att ta en vänstersväng istället. Ett undantagsfall är när en bil kommer och det inte finns någon annan bil framför sig, varför den kan då direkt förflyttas till närmaste noden inne, exempelvis SE istället för S om bilen kommer från S.

Med tanke på storleken av den här cirkulationsplatsen och att den endast har ett cirkulerande körfält så det är rimligt att anta att högst 4 bilar kan finnas där inne åt gången: en bil per nod. Vidare, storleken på varje kölängd antas vara obegränsad precis som tidigare modellformuleringar, se **A6**. Slutligen, när bilar väl befinner sig vid noden S, de bestämmer sig hur de tänker lämna cirkulationsplatsen, dvs. höger-, vänstersväng eller rakt fram och de behåller sitt destinationsval när de är inne i cirkulationen (observera **A5**). Därför ges tillståndsrummet för den här korsningen av

$$\mathbb{S} \in \mathbb{N}_0^4 \text{x} \{0,1\}^4 \text{x} \{V, R, H\}^8.$$

Nu eftersom tiden är definierad i diskret tid så bilar inne i cirkulationen kommer att förflyttas till närliggande nod samtidigt. Av detta följer att man i S endast behöver observera vad som händer i WS under det här tidssteget, medan SE helt kan ignoreras, då bilen där ska ändå köras ut ur den här cirkulationsplatsen eller förflyttas till NE vid nästa tidssteg. Köprocessen för S ges därför av

$$\{Q_S(t), Q_{WS}(t), D_{WS}(t)\}$$

och de övriga 3 defineras på analogt sätt. Notera att $D_S(t)$ inte behövs i den här köprocessen eftersom bilar i S automatiskt ska förflyttas till SE om de kan.

På samma sätt som de förra modellformuleringarna, om man kommer vid hög fart till cirkulationsplatsen och ser att det redan finns en bil i WS så man kommer för säkerhets skull att stanna, trots om bilen i WS tänker köra ut ur cirkulationen och inte fortsätter rakt fram till SE. Vi antar igen att svenskar i allmänhet är dåliga på att skicka signaler om hur de tänker göra härnäst att man tvingas stanna, ifall man ska väja mot bilen i WS. Vi sammanfattar samtliga fall inkluderande de fall där man måste väja mot bilen i WS i tabell 3.

Fall	Kölängden vid nästa tidssteg ges av
$1: Q_S(t) > 0, Q_{WS}(t) = 1, D_{WS}(t) = V$	$Q_S(t+1) = Q_S(t) + A_S(t+1)$
$2: Q_S(t) > 0, Q_{WS}(t) = 1, D_{WS}(t) = R$	$Q_S(t+1) = Q_S(t) + A_S(t+1)$
$3: Q_S(t) > 0, Q_{WS}(t) = 1, D_{WS}(t) = H$	$Q_S(t+1) = Q_S(t) - 1 + A_S(t+1)$
$4: Q_S(t) > 0, Q_{WS}(t) = 0$	$Q_S(t+1) = Q_S(t) - 1 + A_S(t+1)$
$5: Q_S(t) = 0, A_S(t+1) > 0, Q_{WS}(t) = 1$	$Q_S(t+1) = A_S(t+1)$
$6: Q_S(t) = 0, A_S(t+1) > 0, Q_{WS}(t) = 0$	$Q_S(t+1) = A_S(t+1) - 1$

Tabell 3: Samtliga fall som kan inträffas vid cirkulationsplatsen och med S som utgångspunkten.

Man kan börja undra varför man i WS i Fall 1 kan välja att svänga till vänster trots på bilden, se Figur 2, där pilriktningarna i WS visar bara rakt fram eller högersväng. Detta beror, som nämnts tidigare, på **A5**, dvs man bestämmer redan utanför cirkulationen om hur man tänker lämna cirkulationsplatsen och man behåller sitt destinationsval inne i cirkulationen. Detta innebär speciellt att den inte tänker köra ut ur cirkulationen via avfart E (Ut via E i Figur 2) utan fortsätter rakt fram till SE. Notera att den här bilen kommer till cirkulationsplatsen antingen via N eller W eftersom vi antar att man kan endast lämna cirkulationsplatsen (och även de övriga två korsningstyperna) via vänster-, högersväng eller rakt fram. Så, till exempel, bilen i W kan endast lämna cirkulationsplatsen via alla avfarter utom W. Notera att i det här fallet, Fall 1, bilen i S måste stanna och lämna företräde åt bilen i WS enligt väjningsplikt.

Fall 5 där den första anländande bilen för säkerhets skull stannar eftersom bilen i WS antas vara otydlig med hur den tänker göra härnäst och därmed $A_S(t+1) - 1$ bilar bakom hindrats. Däremot, om WS är tom under $[t, t+1)$, vilket är Fall 6, så denna första anländande bil kan förflyttas direkt till SE medan de övriga $A_S(t+1) - 1$ bilarna bakom stannar utanför cirkulationen, nod S.

Tabell 4 presenterar alla fall som kan inträffas i SE, speciellt om kölängden där ska vara lika med 0 eller 1 vid nästa tidssteg.

Fall	$Q_{SE}(t+1) =$
$1: Q_{WS}(t) = 1, D_{WS}(t) = V$	1
$2: Q_{WS}(t) = 1, D_{WS}(t) = R$	1
$3: Q_{WS}(t) = 1, D_{WS}(t) = H, Q_S(t) > 0$	1
$4: Q_{WS}(t) = 1, D_{WS}(t) = H, Q_S(t) = 0, A_S(t+1) > 0$	0
$5: Q_{WS}(t) = 1, D_{WS}(t) = H, Q_S(t) = A_S(t+1) = 0$	0
$6: Q_{WS}(t) = 0, Q_S(t) > 0$	1
$7: Q_{WS}(t) = Q_S(t) = 0, A_S(t+1) > 0$	1
$8: Q_{WS}(t) = Q_S(t) = A_S(t+1) = 0$	0

Tabell 4: Samtliga fall som kan inträffas om huruvida kölängden i SE vid nästa tidssteg ska sättas till 0 eller 1.

Till exempel, Fall 3 där bilen i WS tänker svänga till höger, så att den lämnar cirkulationen vid nästa tidssteg (tar en tidsenhet att förflyttas från en nod till närliggande noden till höger), och främsta bilen i S kan då köra inne i cirkulationen, till SE. Men om istället, S är tom vid t och det kommer $A_S(t+1)$ bilar under $[t, t+1)$, vilket är Fall 4, så den första anländande bilen kommer för säkerhets skull stanna och invänta trots högersvängande bilen i WS tänker köra ut ur cirkulationen. Detta beror på att bilen i WS antas vara otydlig med hur den tänker göra, att anländande bilen i S tvingats väja mot den förra.

Slutligen, om WS är tom vid t så den första anländande bilen i S kan på grund av sin höga fart direkt förflyttas till SE under det här tidssteget, $[t, t+1)$, vilket är Fall 7. Vi antar alltså att den här bilen inte kommer att hindras av bilen i SE, om den senare redan finns där vid t, eftersom den senare har lämnat SE vid t och är på väg ut via E eller till NE vid $t+1$.

2.5 Beräkning av väntetider och totala fördröjningar

Vi behöver nu beräkna väntetider och totala fördröjningar för att vi ska kunna jämföra mellan de tre korsningstyperna som studeras närmare på i den här uppsatsen.

Eftersom vi har tidigare antagit att bilar anländer enligt Poisson process med ankomstintensitet $\lambda > 0$ så det följer av Order statistic property och stationära förökningar egenskapen att ankomsttiden för varje av bilar som anländer i $[t, t+1)$ är oberoende och likafördelade $U(0,1)$ [2], s. 298 och 310. Så om en bil anländer och måste stanna av någon anledning, exempelvis i samband med trafikljuset är rött, så den förväntas få vänta $\mathbb{E}[U(0,1)] = 1/2$ tidsenhet under det här tidssteget. Dessutom, den får vänta en tidsenhet extra för varje tidssteg den tvingas stanna kvar vid korsningstypen. Låt därför $W_{Q,i}$ vara väntetiden för den i:te bilen, $i \geq 1$ (Ross [2], s. 483, har använt W_Q för att representera en kunds väntetid i kö) och således,

$$W_{Q,i} = \frac{1}{2} + \sum_{j=t_a+1}^{t_d} 1 = \frac{1}{2} + t_d - t_a, \quad 1 \leq t_a \leq t_d,$$

där t_a och t_d är det tidssteg den här bilen anlände respektive avgick. Däremot, för de bilar som direkt kan köra igenom korsningen, eller direkt förflyttas till närmaste noden inne i cirkulationen, så det gäller

$$W_{Q,i} = 0,$$

ty de inte behöver vänta. Vidare, låt δ_i vara den extra fördröjning som uppstått i samband med när den i:te bilen ska köra igenom korsningstypen. Då gäller enligt vårt antagande för korsningen med eller utan trafiksignaler att

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \text{om stannat} \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

medan vid cirkulationsplatsen och de som stannat gäller

$$\delta_i = \begin{cases} 2, & \text{högersväng} \\ 3, & \text{rakt fram} \\ 4, & \text{vänstersväng} \end{cases}$$

och de som inte stannat,

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \text{högersväng} \\ 2, & \text{rakt fram} \\ 3, & \text{vänstersväng} \end{cases}$$

Vidare, låt Δ_i vara den totala fördröjningen för den i:te bilen, vilket alltså är summan av väntetiden och extra tiden som krävts för att köra igenom den. Vid korsningen med eller utan trafiksignaler, det gäller att

$$\Delta_i = \begin{cases} W_{Q,i} + \delta_i, & \text{om stannat} \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

Anledningen till $\Delta_i = 0$ är att man kan köra igenom korsningen lika snabb som vid en tom korsning så att ingen fördröjning uppstår, om man ej stannat. Vid cirkulationsplatsen, den extra fördröjning kommer alltid att existeras på grund av kurvorna, som nämnts tidigare, fås

$$\Delta_i = \begin{cases} W_{Q,i} + \delta_i, & \text{om stannat} \\ \delta_i, & \text{annars} \end{cases}$$

Vid korsningen med trafiksignaler, Van Leeuwaarden [1] definierade den totala fördröjningen på samma sätt som vår men utan antagandet om Order statistic property, så att den totala fördröjningen är räknat från det första tidssteget efter det tidssteg en bil kommer tills det tidssteg den här bilen kört igenom korsningen. Dessutom vår och modellen i [1] är identiska i alla avseenden utom denna nämnda definition, totala fördröjningar. Det skulle därför vara ytterst intressant, vilket vi ska göra senare fram i den här uppsatsen, att se huruvida det finns någon större skillnad mellan modellen och vår modell vad gäller den genomsnittligt totala fördröjningen.

Vi återgår till beräkningen av väntetider och totala fördröjningar. Notera att vi också behöver beräkna den extra tid som man behöver vänta i samband med trafikstopp vid korsningen utan trafiksignaler. För att inse detta, antar exempelvis att vid början av tidssteget t det finns en bilkö i varje riktning utom E men minst en bil kommer i E under det här tidssteget. Låt för enkelhets skull att alla bilar som nu står i kö tänker rakt fram. På grund av Order statistic property, bilen i S förväntas få vänta $1/2$ tidsenhet för bilen i E att komma. När bilen i E väl kommer, så vi noterar att alla tänker rakt fram, vilket leder till trafikstopp och ett mynt kastas därför. Vi antar att slantsinglingen sker på nolltid så att man inte behöver vänta någon extra tid i samband med detta. Nu, säg att bilarna i E och W får lov att lämna korsningen och då bilen i W totalt har väntat

$$W_{Q,i} = \frac{1}{2} + t_d - t_a + \frac{1}{2} = 1 + t_d - t_a,$$

en halv tidsenhet mer än om detta trafikstopp inte skett. Den totala fördröjningen för den här bilen kan beräknas på samma sätt som tidigare dvs.

$$\Delta_i = W_{Q,i} + \delta_i = W_{Q,i} + 1,$$

eftersom det tar exakt en tidsenhet för den här bilen att köra igenom korsningen. Däremot, för bilen i E, den behöver inte vänta någon extra tid utan den antas kunna köra igenom direkt efter slantsinglingen, så

$$W_{Q,i} = 0.$$

Vidare, nu eftersom den här anländande bilen har stannat och lämnat företräde åt bilen i N (det som ledde till det här trafikstoppet) så den kommer inte att kunna köra igenom korsningen snabbt utan den först måste accelerera. Således, det tar nu exakt en tidsenhet för den här bilen att köra igenom korsningen varför den totala fördröjningen för den här bilen blir

$$\Delta_i = 1.$$

Om istället det redan finns en bilkö i varje riktning så blir beräkningen av väntetider och totala fördröjningar desamma som om inget trafikstopp förekommit, eftersom högst två bilar kan köra igenom korsningen redan vid början av tidssteget och inte behöver vänta på någon annan bil att komma. Vi kan vidare resonera på samma sätt om två eller tre bilköer är tomma istället.

3 Simuleringar och resultat

3.1 Beskrivning av tre diverse situationer

Det finns många olika tänkbara situationer där dessa korsningstyper kan jämföras exempelvis det finns en stor mataffär att flesta tar den väg som leder dem dit men vi nöjer oss med tre situationer och de beskrivs utförligt nedan. Vidare, för att vi enklare ska tolka resultaten, vi antar därför resten av den här uppsatsen att sannolikheten för vänster-, högersväng respektive rakt fram är densamma för alla 4 riktningar, så att vi har färre parametrar att variera med.

1. Det råder en jämn fördelning vad gäller hur man tänker köra igenom en korsningstyp dvs. vänster-, högersväng och rakt fram alla väljs med samma sannolikhet, 1/3.

2. Vänstersväng är inte lika vanligt förekommande som vid högersväng eller rakt fram. Sannolikheten för vänstersväng sätts till 0.10 medan de två delar på den resterande sannolikheten, dvs vardera 0.45.

3. Man kan endast köra rakt fram dvs. sannolikheten för rakt fram är lika med 1.

Slutligen, eftersom vi vill undersöka vilken av dessa tre korsningstyper som skulle vara alternativet vid jämnt fördelade trafikflöde, så vi låter ankomstintensiteten λ vara densamma för samtliga riktningarna: $\lambda_j = \lambda$, $j = S, E, N, W$.

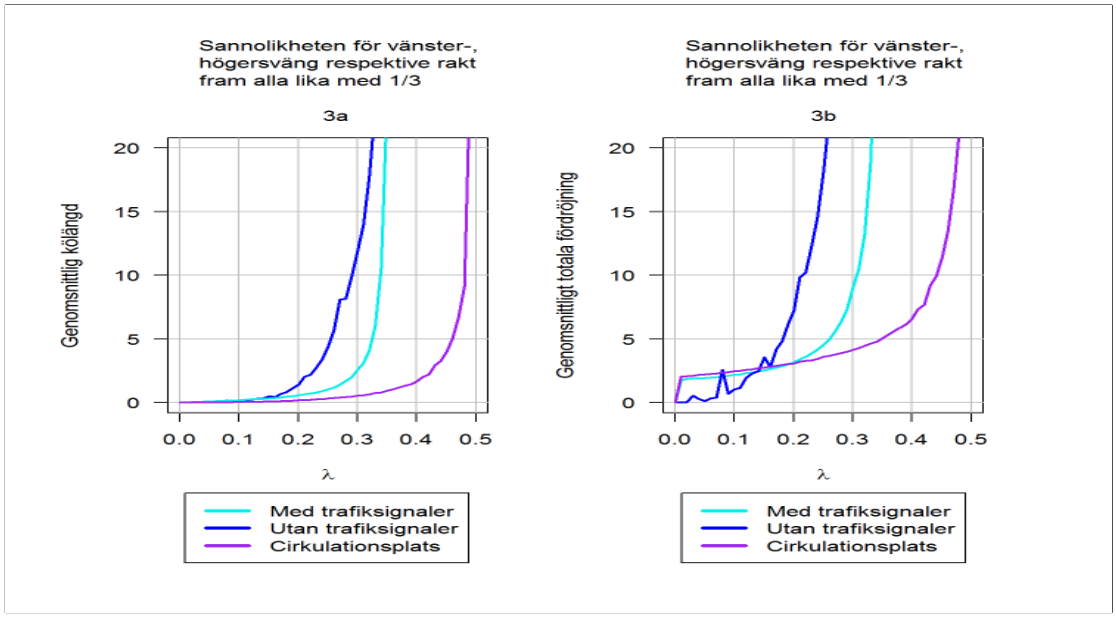
3.2 Bestämning av längden av en cykel

Vi har vid modellformuleringen av korsningen med trafiksignaler delat upp tiden i lika stora cyklar, varje består exakt av T tidsenheter och under simuleringar, T ska fixeras till ett bestämt värde. *"Den kortast tillåtna tiden för grönt ljus för huvudsignalfaser som bara betjänar biltrafik är 6 sek"* ([3], kap 4, s. 21). Av detta citat tycks $T = 5$ vara en rimlig min-gräns, så att vid bilkön längre än 4 kan då högst 5 bilar som kör igenom korsningen under gröntiden (tar exakt en tidsenhet för en bil att passera över korsningen om den har stannat). Vi har undersökt $T = 5, 10, 15, 20$ med några varierande sannolikheter och de alla kommer fram till samma slutsats, att $T = 5$ ska sättas för att minimera båda den genomsnittliga kölängden och den genomsnittligt totala fördröjningen. Se Figur $A1$ i Appendix för ett exempel på sådan jämförelse. Van Leeuwaarden [1] satte också längden av en cykel till $T = 5$ utan närmare motivering till detta.

3.3 Jämförelser

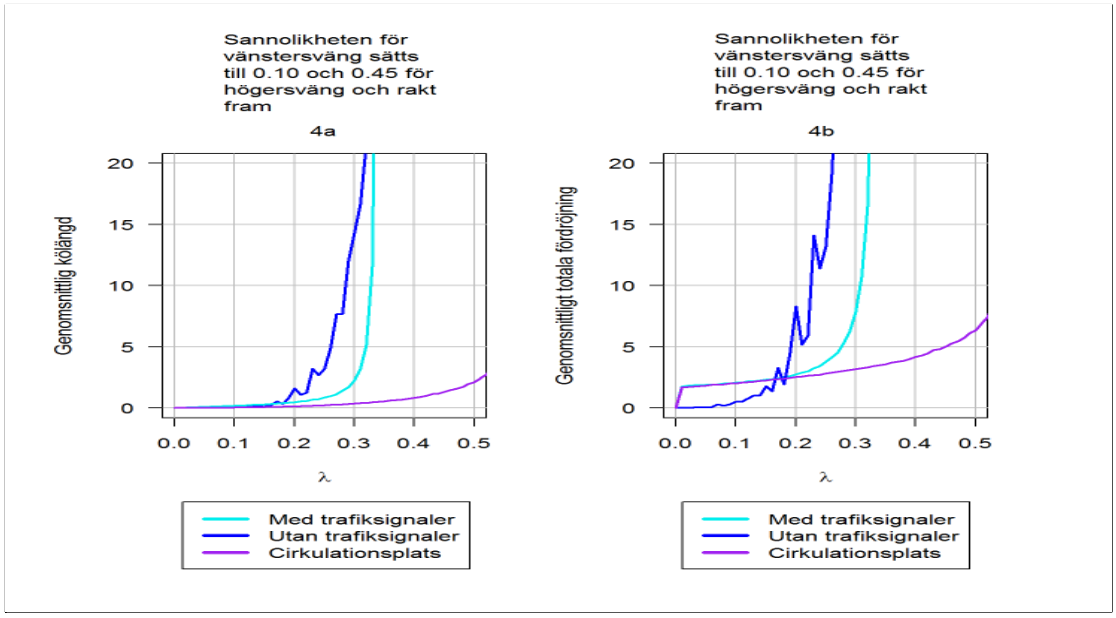
Vid varje jämförelse, två figurer bilagas. Den första och den andra illustrerar den genomsnittliga kölängden respektive den genomsnittligt totala fördröjningen.

Jämförelse 1

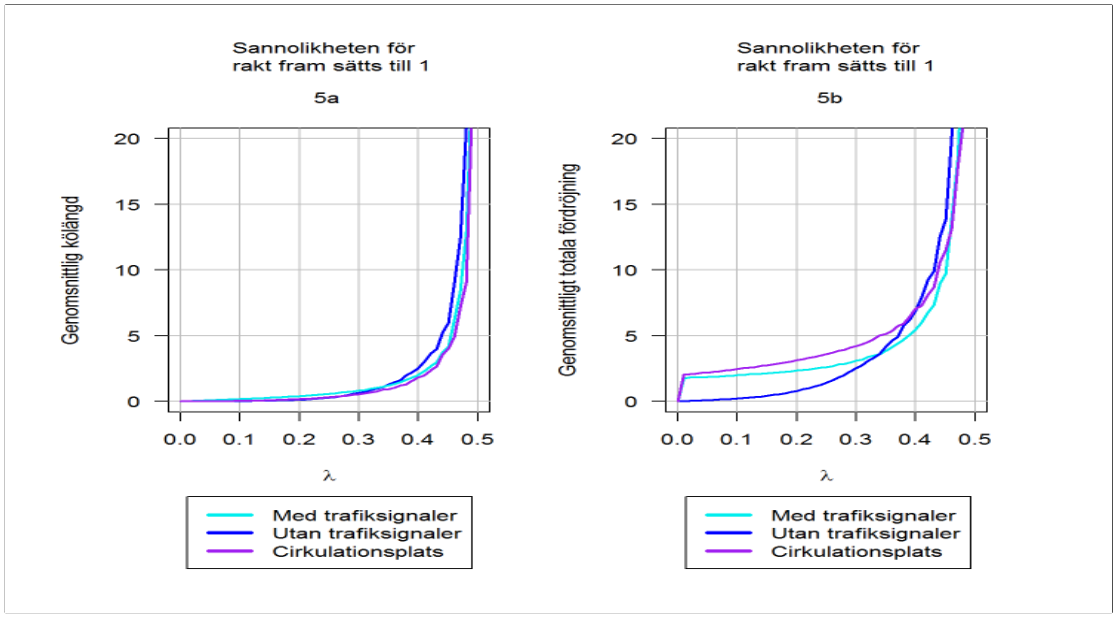


Figur 3. En jämförelse mellan korsningstyperna. Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

Jämförelse 2



Figur 4. En jämförelse mellan korsningstyperna. Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.



Figur 5. En jämförelse mellan korsningstyperna. Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

4 Slutsatser och diskussion

4.1 Våra slutsatser

Vi ska nu besvara på de frågeställningar som ställdes under Introduktion.

- Vid jämnt fördelade trafikflöde, vilken typ av korsning skulle då vara alternativet givet trafikflödet är lågt, måttligt respektive högt?

Vi observerar ur Figurer 3a, 4a och 5a att den genomsnittliga kölängden hos varje korsningstyp vid lågt trafikflöde (mycket lågt värde på λ) ligger i princip på nollstrecken medan de skiljs sig åt vad gäller den genomsnittligt totala fördröjningen. Vi ska därför jämföra dessa korsningstyper med avseende på den andra storheten istället. Dessutom, den här storheten framgår tydligt hur stor försening som uppstått i onödan vid lågtrafikerad. Vi ser speciellt att stora fördröjningar uppstått när man närmar sig vid cirkulationsplatsen vid lågtrafikerad. Man måste alltså sakta ner på grund av kurvorna, vilket är onödigt när man skulle kunna åka igenom den betydligt snabbare om man befinner sig vid högerreglerade korsningen istället. På samma sätt, man kanske måste stanna och vänta eftersom trafikljuset är rött trots man förmodligen är ensam här vid korsningen, vilket kan undvikas vid högerreglerade korsningen. Dessa kan bekräftas ur Figurer 3b, 4b och 5b. Baserat på dessa resonemang, högerreglerade korsningen anses vara det mest lämpade alternativet vid lågt trafikflöde.

Vid måttligt eller högt trafikflöde och där vänstersväng är tillåten, så cirkulationsplatsen skulle vara mest lönsam att anläggas. Detta kan nog förklaras av att bilarna utanför cirkulationen ska väja mot bilarna inne, så att de senare lättare kan ta vänstersväng jämfört med de övriga två typerna, där man måste vänta tills bilen i motsatta körfältet också tänker ta vänstersväng och därmed man hindrar andra trafikanter bakom.

Vid måttligt trafikflöde och där man endast kan köra rakt fram så korsningen utan trafiksignaler skulle vara

bättre alternativ än de andra, baserat på genomsnittligt totala fördröjningen (de är ungefärligt identiska vad gäller den genomsnittliga kölängden). Däremot, vid högt trafikflöde, vi ser ur Figur 5a att kurvan tillhörande cirkulationsplatsen förskjuts lite åt höger jämfört med de andra, alltså lägre genomsnittlig kölängd vid givet värde på λ. När det gäller den andra storheten, genomsnittligt totala fördröjningen, så vi ser ur Figur 5b att korsningen med trafiksignaler i början, approximativt $\lambda = 0.35$, har lägre värdet på en sådan storhet än de andra, men vid högre värden på λ så kurvan tillhörande cirkulationsplatsen igen förskjuts lite åt höger i förhållande till de andra typerna, vilket kan inses vid $\lambda \approx 0.45$. Nu eftersom cirkulationsplatsen har lägre genomsnittlig kölängd än de andra samt lägre totala fördröjningar vid $\lambda \approx 0.45$, vi kommer därför fram till att cirkulationsplatsen skulle vara alternativet vid högt trafikflöde.

- Hur skulle kölängder och totala fördröjningar påverkas vid val av korsningstyp och trafikflöde?

Kölängder påverkas knappt vid lågtrafikerad oavsett vilken korsningstyp som applicerats eftersom köbildning är ovanligt vid lågt trafikflöde. Däremot, vid måttlig eller högtrafikerad och där vänstersväng är tillåten så cirkulationsplatsen anses vara rejält stabil och hållit sig vid låga nivåer jämfört med de övriga två typerna; vid måttligt eller högt trafikflöde och där man endast kan köra rakt fram så kölängder, för varje korsningstyp, snabbt växer mot stort tal när värdet på λ närmar sig kritiska värdet, dvs de värden större än detta kritiska värde skulle leda till att kölängder exploderas.

När det gäller totala fördröjningar, så båda cirkulationsplatsen och trafiksignalerade korsningen påverkas oerhört mycket jämfört med högerreglerade korsningen vid båda lågt- och måttligt trafikflöde. Detta eftersom man bland annat ska stanna och vänta när trafikljuset är rött och att man måste sakta ner inne i cirkulationen. Men vid högt trafikflöde så cirkulationsplatsen påverkas avesvärt mycket mindre än de andra om vänstersväng är tillåten (lättare att ta vänstersväng som påpekats ovan).

Avslutningsvis, gemensamt för samtliga tre typer är att båda kölängder och totala fördröjningar påverkas mycket när värdet på λ ligger i närheten av det kritiska värdet. Därför det skulle vara intressant att undersöka vilken korsningstyp som skulle vara alternativet om alla 4 bilköer är mycket långa, som vi ska göra senare fram, i avsnitt 4.3.

4.2 Externa slutsatser

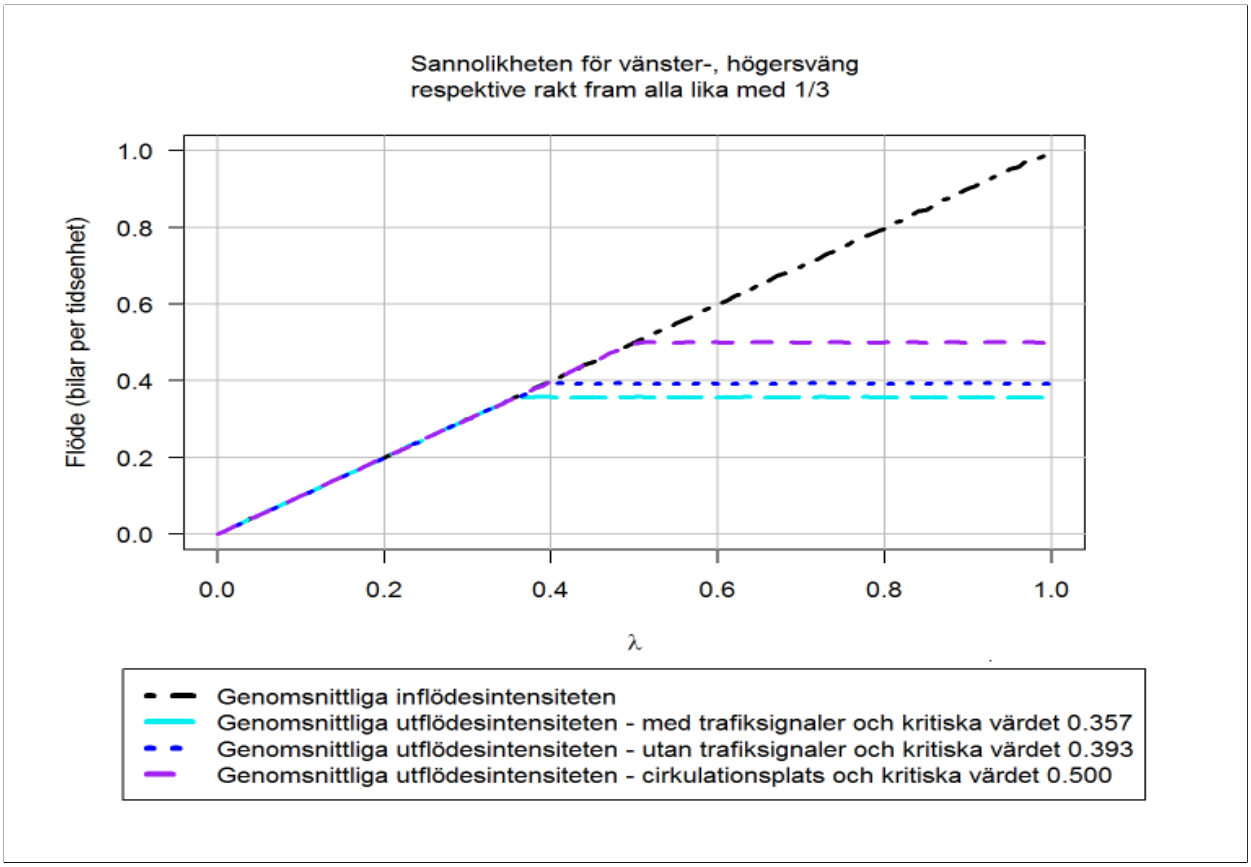
Kakooza et al. [4], s. 201, kom bland annat fram till att om man endast kan köra rakt fram, så cirkulationsplatsen skulle vara att föredra vid lågtrafikerad baserat på väntetider men för oss så korsningen utan trafiksignaler skulle vara bättre alternativ än de andra om vi tittar på totala fördröjningar istället. Anledningen till att vi inte baserat jämförelsen på väntetider är att vi inte annars skulle ta hänsyn till den relativt stora fördröjningen, sk. geometrisk fördröjning, som uppstått inne i cirkulationen. Alltså det som är mest relevant är hur snabbt man kan köra igenom en korsningstyp varför totala fördröjningar anses vara bättre mått än väntetider. Till och med Florida Roundabout Guide [5], s. 3-6 (kap 3, s. 6), tog hänsyn till totala fördröjningar. Men om vi ändå vill jämföra dessa med avseende på väntetider så vi drar en annan slutsats, att båda korsningen utan trafiksignaler och cirkulationsplatsen i princip skulle vara lika effektiva, se Figur $A4$. För fullständighets skull, vi presenterar även skillnaden i väntetider för de övriga två jämförelserna, där vänstersväng är tillåten, se Figurer $A2$ och $A3$.

Florida Roundabout Guide [5], s. 1-5, 1-6 och 2-1, talade upp fördelar med cirkulationsplatser bland annat de skulle tillämpas vid jämnt trafikflöde och där vänstersväng är vanligt förekommande, speciellt om varje väg är enfältig. Detta överensstämmer med vår resultat vid första jämförelsen.

4.3 Jämförelse vid extremt högtrafikerad

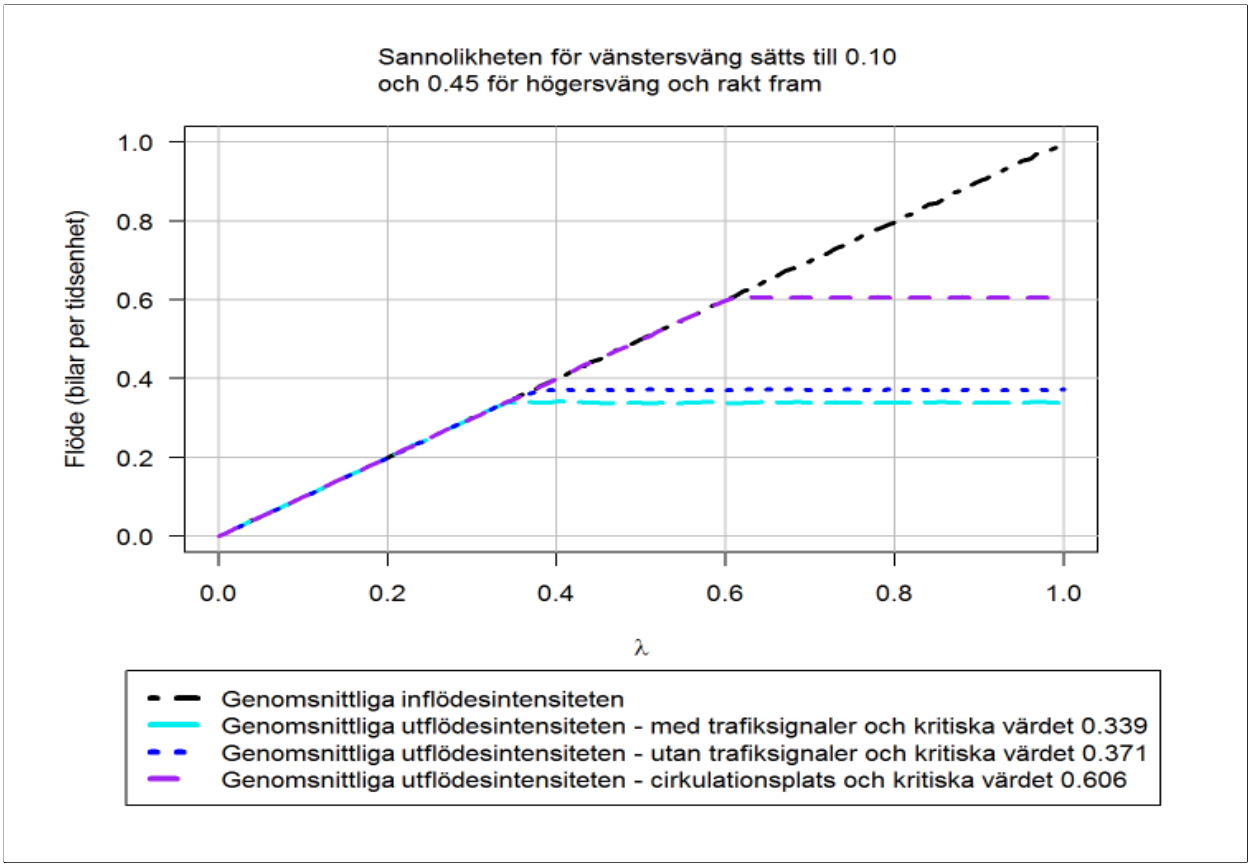
Vi undersöker nu vad som händer om alla 4 bilköer är mycket långa: vilken korsningstyp skulle vara alternativet då? Vi passar också på genom simuleringar försöka fastställa det kritiska värdet för varje korsningstyp, dvs. de värden på λ högre än detta värde skulle leda till att båda kölängder och totala fördröjningar exploderas. Till exempel, vi ser ur Figur 3a att det kritiska värdet hos korsningen med eller utan trafiksignaler båda approximativt bör hamna vid 0.35. För att kunna undersöka dessa mer noggrannare,

vi kommer att simulera den genomsnittliga inflödesintensiteten, som anger det genomsnittliga antalet bilar som kommer till en korsningstyp i en riktning per tidsenhet (ekvivalent med ankomstintensitet λ) och den genomsnittliga utflödesintensiteten som anger genomsnittliga antalet bilar i en riktning som hinner passera över den här korsningstypen per tidsenhet. Det kritiska värdet erhålls genom att undersöka för vilket värde på λ sådant att genomsnittliga utflödesintensiteten för första gången avviker från genomsnittliga inflödesintensiteten (båda kölängder och totala fördröjningar exploderas om antalet bilar som kommer per tidsenhet är fler än antalet bilar som hinner passera över korsningstypen). Figurer 6, 7 och 8 illustrerar jämförelserna av kritiska värdet mellan korsningstyperna.



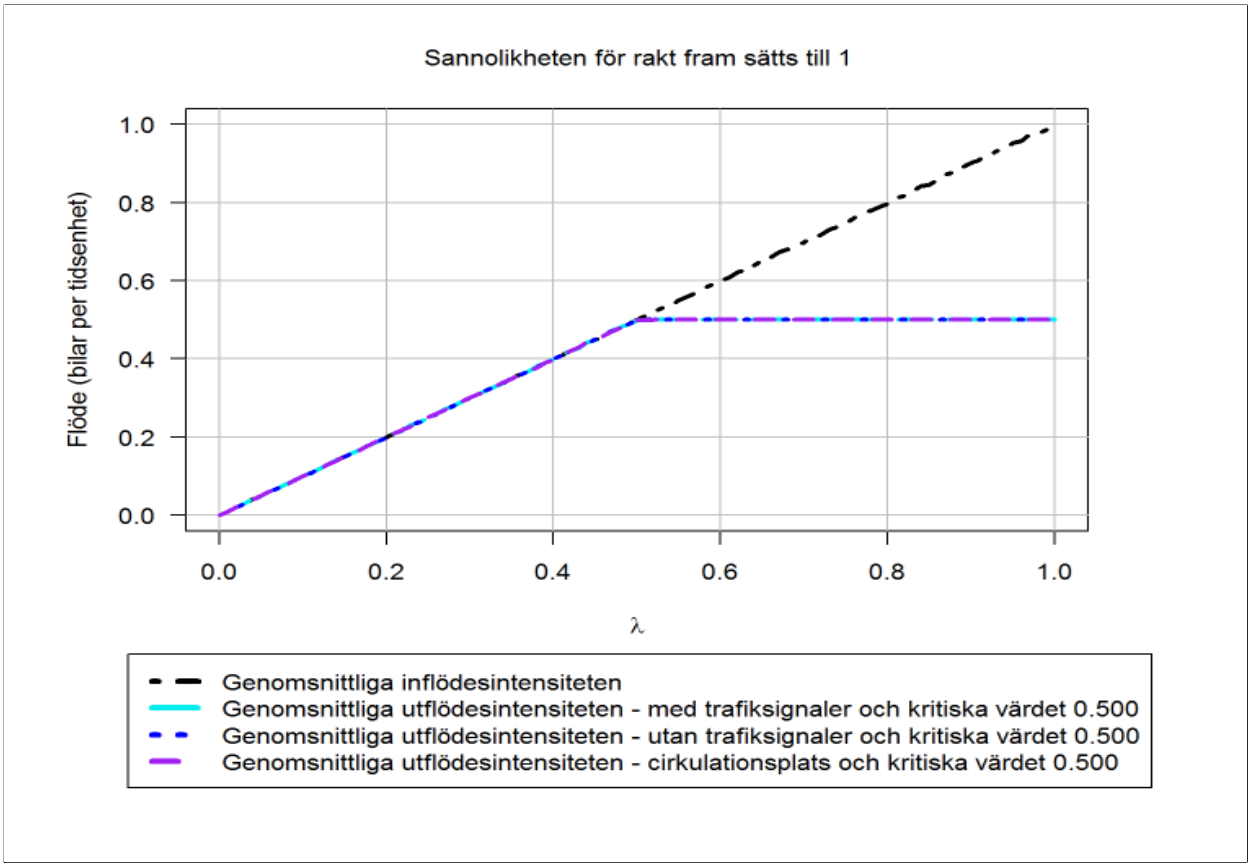
Figur 6. En jämförelse av genomsnittliga utflödesintensiteten mellan korsningstyperna. Genomsnittliga inflödesintensiteten som applicerats i den här figuren simulerats från korsningen med trafiksignaler eftersom den är mycket identisk med de två övriga typerna (samtliga konvergerat mot sitt respektive gränsvärde med god noggranhet). Kritiska värdet för varje korsningstyp bifogas (värden högre än detta leder till att båda kölängder och totala fördröjningar exploderas). Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

Jämförelse 2



Figur 7. En jämförelse av genomsnittliga utflödesintensiteten mellan korsningstyperna. Genomsnittliga inflödesintensiteten som applicerats i den här figuren simulerats från korsningen med trafiksignaler eftersom den är mycket identisk med de två övriga typerna (samtliga konvergerat mot sitt respektive gränsvärde med god noggranhet). Kritiska värdet för varje korsningstyp bifogas (värden högre än detta leder till att båda kölängder och totala fördröjningar exploderas). Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

Jämförelse 3



Figur 8. En jämförelse av genomsnittliga utflödesintensiteten mellan korsningstyperna. Genomsnittliga inflödesintensiteten som applicerats i den här figuren simulerats från korsningen med trafiksignaler eftersom den är mycket identisk med de två övriga typerna (samtliga konvergerat mot sitt respektive gränsvärde med god noggranhet). Kritiska värdet för varje korsningstyp bifogas (värden högre än detta leder till att båda kölängder och totala fördröjningar exploderas). Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

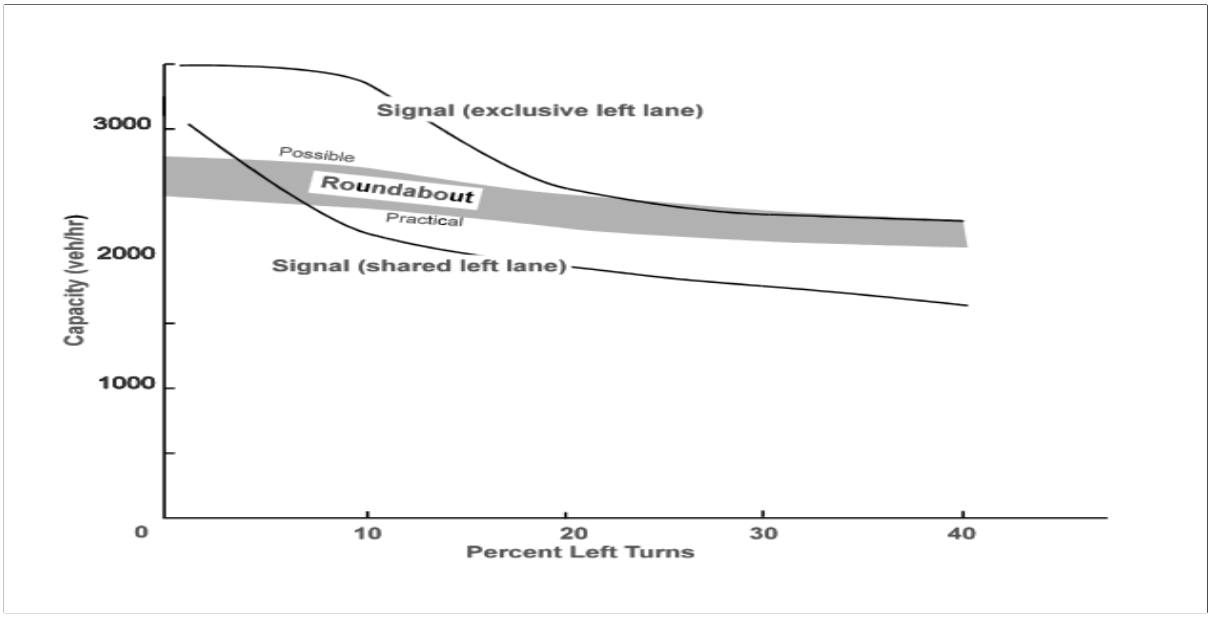
Eftersom alla är lika effektiva ifall man endast kan köra rakt fram och att cirkulationsplatsen är otroligt mer effektiv än de övriga två korsningstyperna ifall vänstersväng är tillåten (dubbel effektiv vid andra jämförelsen), vår rekommendation är att cirkulationsplatsen skulle anläggas vid långa bilköer. Florida Roundabout Guide [5] drog en annan slutsats gällande det fall då man endast kan köra rakt fram, vilket vi ska återkomma i delavsnitt 4.3.1

Man blir nog förundrad om varför alla är lika bra om man endast kan köra rakt fram men det beror i grund och botten på hur vi modellerar dessa korsningstyper. Vid trafiksignalerade korsningen, alltid två bilar som kan passera över den åt gången eftersom båda tänker rakt fram så att ingen av dem behöver väja mot den andra och att det tar exakt en tidsenhet för varje bil som stannat att köra igenom den. Samma gäller vid högerreglerade korsningen eftersom slantsingling-lösningen (se modellformuleringen) tillämpats som den tillfälliga lösningen (trafikstopp här), och eftersom alla tänker rakt fram, så att de alla har samma destinationsval, och därför alltid två som kan köra över den åt gången. Vid cirkulationsplatsen, varje bil utanför cirkulationen förväntas ska väja mot en bil innan de kan börja köra inne i cirkulationen. Detta kan inses genom att alla tänker rakt fram, så att exempelvis varje bil i W alltid lämnar cirkulationsplatsen via E. Detta innebär att bilar i S alltid ska väja mot bilar tillhörande W och endast dessa. Vidare, bilar i N tänker också rakt fram så att de alltid lämnar den via S och således, bilarna i S kan förflyttas till SE utan att

behöva väja mot de förra. Nu eftersom bilköerna är mycket långa, så det följer att bilar i S i genomsnitt ska väja mot en bil innan de kan åka inne (trafikströmmandet till inne i cirkulationen är konstant och att varannan bil tillhör W och varannan tillhör N). Vidare, på grund av symmetrin vid cirkulationsplatsen, så det följer att bilarna i S och N väjer mot bilarna inne samtidigt, och medan, bilarna i E och W kan börja köra inne eller vice versa. Detta följer nu att exakt två bilar som kan köras ut ur cirkulationen åt gången. Vi ska diskutera vidare det här senare fram, i avsnitt 4.7, om att vi också skulle ta hänsyn till accelerationer hos bilar bakom vid modellering.

4.3.1 Jämförelse av effekten av vänstersväng på kapaciteten

Florida Roundabout Guide [5], s. 3-13, analyserade och jämförde effekten av vänstersväng på kapaciteten mellan cirkulationsplatsen och trafiksignalerade korsningen. De kom fram till att den senare korsningstypen skulle vara fördelaktig när sannolikheten för vänstersväng ungefärligt ligger vid 0, fram till ca 0.08 och cirkulationsplatsen vid högre sannolikheter, se Figur 9. Vi ser ur Figurer 6, 7 och 8 att den högst stationära utflödesintensiteten dvs. kapaciteten, [3] s. 5, alla sker vid högt- och extremt högt trafikflöde (exempelvis kapaciteten ligger på 0.5 bilar per tidsenhet hos varje korsningstyp ur Figur 8) så de slutsatser, vilka vi ska jämföra med den slutsats Florida Roundabout Guide [5] drog, ska baseras på sådana flöden. Således, våra slutsatser stämmer delvis med Florida Roundabout Guide [5], att cirkulationsplatsen skulle vara alternativet när sannolikheten för vänstersväng ungefärligt överstiger 0.08, men inte riktigt om denna sannolikhet är mindre eller lika med 0.08 ty vi kom fram till att cirkulationsplatsen även skulle vara mest fördelaktig om man endast kan köra rakt fram. Vi ska diskutera vidare det här i avsnitt 4.7 om att vi även bör ta hänsyn till accelerationer hos bilar bakom vid modellering, så att vi eventuellt får samma slutsats som Florida Roundabout Guide [5] gällande sannolikheten för vänstersväng approximativt ligger mellan 0 och 0.08.



Figur 9. Florida Roundabout Guide [5] analyserade och jämförde effekten på vänstersväng mellan cirkulationsplatsen och trafiksignalerade korsningen. Den här bilden är hämtad från [5], s. 3-14 (kap 3, s. 14).

Det skulle vara intressant, som vi inte tyvärr hann med, att undersöka huruvida korsningen med trafiksignaler anses prestera bättre än cirkulationsplatsen om det finns ett separat körfält avsedd för vänstersväng och där sannolikheten för vänstersväng sätts till 0.1 respektive 1/3 som vi gjorde tidigare, medan högersväng och rakt fram delar på den resterande sannolikheten. Detta för att se om vi får likadant resultat som Figur 9 illustrerar.

4.4 Konsekvenser vid reduceringen av sannolikheten för vänstersväng

Ur Figurer 3,4, 6 och 7, vi finner det intressant att ju lägre sannolikhet för vänstersväng desto sämre blir korsningen med eller utan trafiksignaler att hantera det måttliga eller höga trafikflödet. Detta beror nog på att det blir svårare att svänga till vänster om andra trafikanter oftast kör rakt fram eller svänga till höger. Följden blir att man skulle vänta betydligt längre i samband med vänstersväng jämfört med om denna sannolikhet är högre. Kanske är detta ett svar på varför en del korsningar har ett separat körfält endast avsedd för vänstersväng. Däremot, reduceringen av sannolikheten för vänstersväng skulle vara mer fördelaktig vid cirkulationsplatsen, vilket är intuitivt eftersom man spenderar då mindre tid inne i cirkulationen och därmed utflödesintensiteten förbättras.

4.5 Jämför Van Leeuwaardens modell

Vår och Van Leeuwaardens modell [1] är identisk i alla avseenden utom definitionen av totala fördröjningar, betecknas med Δ, där Order statistic property tas hänsyn till i vår modell men inte Van Leeuwaardens. Det skulle därför vara ytterst intressant att undersöka om det finns någon signifikant skillnad mellan modellerna vad gäller den genomsnittligt totala fördröjningen, dess varians och några sannolikheter. Dessa återfinns i Tabell 5 nedan.

	λ	$\mathbb{E}[\Delta]$	$\mathbb{V}ar(\Delta)$	$\mathbb{P}(\Delta \geq 10)$	$\mathbb{P}(\Delta \geq 20)$	$\mathbb{P}(\Delta \geq 30)$
Vår modell						
	0.30	3.0844	7.3847	$1.84 \cdot 10^{-2}$	$1.58 \cdot 10^{-4}$	$1.58 \cdot 10^{-6}$
	0.40	5.4858	24.1761	$1.47 \cdot 10^{-1}$	$1.71 \cdot 10^{-2}$	$1.98 \cdot 10^{-3}$
	0.45	10.4442	96.0631	$3.90 \cdot 10^{-1}$	$1.39 \cdot 10^{-1}$	$4.94 \cdot 10^{-2}$
	0.49	50.4436	2584.2170	$8.29 \cdot 10^{-1}$	$6.76 \cdot 10^{-1}$	$5.52 \cdot 10^{-1}$
Van Leeuwaardens modell						
	0.30	2.7245	6.5537	$1.82 \cdot 10^{-2}$	$4.85 \cdot 10^{-5}$	$3.40 \cdot 10^{-9}$
	0.40	5.0634	23.2241	$1.47 \cdot 10^{-1}$	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$2.51 \cdot 10^{-3}$
	0.45	9.9675	92.9784	$3.89 \cdot 10^{-1}$	$1.38 \cdot 10^{-1}$	$4.87 \cdot 10^{-2}$
	0.49	49.8805	1876.1027	$8.23 \cdot 10^{-1}$	$6.44 \cdot 10^{-1}$	$5.21 \cdot 10^{-1}$

Tabell 5: En jämförelse mellan vår och Van Leeuwaardens modell [1] vad gäller den genomsnittligt totala fördröjningen vid trafiksignalerade korsningen. Totala fördröjningar betecknas med Δ. Man kan endast köra rakt fram. 10 000 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

Vi observerar att variansen är den enda största skillnaden mellan modellerna (högre hos vår modell) samtidigt som de övriga ungefärligt är desamma. Så om vi gör en avvägning mellan dessa och Order statistic property så vi bör utesluta det senare så att var och en av storheterna ska konvergera mot sitt respektive gränsvärde snabbare. Detta är särskilt fördelaktigt vid korsningen utan trafiksignaler då variansen skulle reduceras kraftigt (variansen där är mer omfattande jämfört med de två andra modellerna på grund av många olika utfall som kan inträffas samt slantsingsling-lösningen i samband med trafikstopp). Ett annat argument om varför denna egenskap bör uteslutas är att vi förmodligen kommer få samma resultat om Order statistic property tas bort på grund av "gemensamma nämnare", dvs. vi utsätter samtliga korsningstyper likadant så det spelar ingen större roll huruvida denna egenskap appliceras eller inte samtidigt som vi bidrar till betydligt högre slumpvariation gällande våra modeller om denna egenskap tillämpats. Detta är särskilt inte önskvärd.

4.6 $M/M/s$ med fördröjningar som alternativ modellformulering

Kakooza et al. [4] jämförde korsningen med och utan trafiksignaler och cirkulationsplatsen, alla med annorlunda modellantaganden än våra. De antog att varje riktning i en 4-vägskorsning modelleras som en $M/M/s$ kömodell, där det första M:et står för Markovian egenskap, alltså Poisson process; det andra M:et

står för Minneslöshet alltså exponentialfördelade betjäningstider; s är antalet körfält i en riktning ($s = 1$ i vårt fall). De lät vidare att varje tillstånd beskrivas av (n, N) och (n, D) där n är antalet bilar i kösystemet, alltså i en riktning; N är normaltillstånd som systemet befinner sig i när $n \leq s$, så att bilar kan köra igenom korsningstypen snabbt utan att fördröjningar uppstår; D är fördröjningstillstånd som systemet befinner sig i när $n > s$, vilket innebär att det finns bilkö där så att bilar inte kan passera över den snabbt. Betjäningsintensiteten ges av μ_0 om systemet befinner sig i N, och annars μ_1 om detta system befinner sig i D istället. Dessutom, varje korsningstyp har egen fördröjningsfunktion som specifierar hur stor fördröjning som skulle uppstå vid den korsningstyp man befinner sig i. Varje funktion har egna parametrar och vid simuleringar, Kakooza et al. [4] använde sig av andra studier för att sätta lämpliga värden på parametrarna. En störst fördel med sådana modellantaganden är att varje korsningstyp har en detaljerad beskrivning av fördröjningar och dess karaktärer och utgör därmed en mer realistiskt matematisk modell. För en mer utförlig beskrivning av modellantaganden, fördröjningsfunktioner och parametrar, se [4].

4.7 Modellavgränsningar och möjliga förbättringar

En allvarlig nackdel med våra modeller är att vi inte tar hänsyn till det faktum att bilar bakom accelererar under tiden främsta bilen kör igenom korsningstypen så att dessa bilar bakom kan passera över den betydligt snabbare än den första bilen. Till exempel, vid korsningen med eller utan trafiksignaler, vi antar att det tar exakt en tidsenhet för varje bil som stannat att köra igenom korsningen och detta skulle vara rimligt endast för de främsta bilar medan det tar lägre för bilar bakom, förutsatt att de har accelererat under tiden. Vid cirkulationsplatsen, detta är inte lika allvarlig eftersom varje bil oftast ska ändå väja mot bilarna inne, speciellt vid måttlig eller högtrafikerad. Men om vi vill att våra modeller ska förbättras avsevärt så vi bör också ta hänsyn till det här antagandet vid modellering, så att vi troligen får mer noggrannare resultat gällande utflödesintensiteten där man endast kan köra rakt fram samt att vi möjligt får samma slutsats som Florida Roundabout Guide [5], att trafiksignalerade korsningen skulle vara att föredra vid hög- eller extremt högtrafikerad, om man tillåts endast köra rakt fram.

Som tidigare nämnts, antalet olika utfall som kan inträffas vid högerreglerade är rätt omfattande samt slantsingling-lösningen som appliceras i samband med trafikstopp. Dessa bidrar till betydligt större varians och därmed kölängder, väntetider och totala fördröjningar alla mer långsammare att konvergera mot sitt respektive gränsvärde jämfört med de övriga två korsningstyperna. Men som tidigare noterats, ett sätt att reducera variansen ytterligare är genom uteslutning av Order statistic property (även om den lösning inte är riktigt tillräcklig). En annan lösning, som är mer uppenbar, för att reducera variansen är genom att simulera tillräckligt många än nuvarande 100 000 tidssteg. Men detta skulle bli riktigt stor tidskrävande med tanke på att vi, vid varje korsningstyp, simulerat 100 000 tidssteg vid varje värde på ankomstintensitet λ mellan 0 och 1, totalt 101 då steglängden satts till 0.01 (att steglängden väljs till 0.01 beror på att vi vill få en tillräckligt bra approximation av kritiska värdet). Notera att vi inte riktigt har simulerat 400 000 (100 000 per riktning) i båda väntetider och totala fördröjningar jämfört med kölängder, utan mycket mindre, exempelvis ≈ 12000 (≈ 3000 per riktning) vid första jämförelsen där $\lambda = 0.03$. Anledningen är att vi endast räknat väntetider och totala fördröjningar för de bilar som har passerat över korsningen. Men ur Figurer 3, 4 och 5, vi tycks ändå fått en bra bild av hur högerreglerade korsningen hanterat trafikflödet i förhållande till de två övriga typerna, varför vi nöjer oss med nuvarande 100 000 tidssteg.

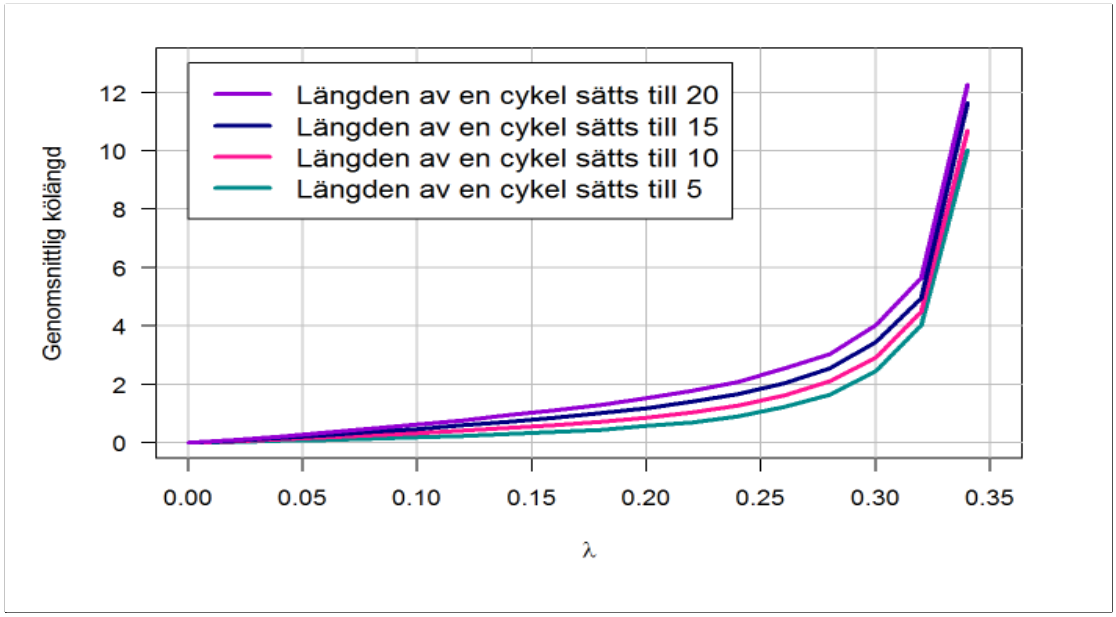
Slutligen, vi är medvetna om att vi kanske har missat några fall vid modellformuleringarna, i synnerhet, vid högerreglerade korsningen, eftersom det finns en del fall som är kluriga. Till exempel, man, som befinner sig i S och som har stannat, kan tycka att man alltid måste väja mot bilarna i E ifall man tänker köra rakt fram enligt högerregeln, men det finns undantagsfall. Ett exempel på detta är att alla främsta bilar i S, E och N tänker köra rakt fram medan det är tomt i W under hela det här tidssteget. Bilen i N kan då köra rakt fram, vilket bilen i E måste stanna och lämna företräde åt den förra enligt högerregeln och således, bilen i S kan passa på att också köra rakt fram istället för att väja mot bilarna i E. Vidare, det finns ytterligare en del fall som har med anländande bilar att göra och som ger upphov till att bilen i S kan köra igenom trots man i början tänker att man måste stanna. Ett exempel på detta är om bilarna i S och E båda tänker rakt fram och bilkön i N är tom vid t, men det kommer minst en bil där, och alla dessa anländande bilar tänker svänga till höger. Bilen i S skulle vid sådant fall kunna köra igenom korsningen. Men alla dessa obemärkta fall

kommer troligen endast förekommas vid lågt- och måttligt trafikflöde. Så om vi tillägger dessa fall så högerreglerade korsningen skulle fortfarande vara alternativet vid lågtrafikerad ty den här korsningstypen har blivit mer gynnsam genom att dessa fall inkluderas dvs vi skulle fortfarande få samma slutsats. Samma resonemang gäller vid måttlig trafikerad om man endast kan köra rakt fram. Vid måttligt trafikflöde och där vänstersväng är tillåten, cirkulationsplatsen skulle troligen fortfarande vara att föredra eftersom den har stor fördel vid hanteringen av trafikflödet ifall vänstersväng är tillåten.

4.8 Trafiksäkerhetsfördelar

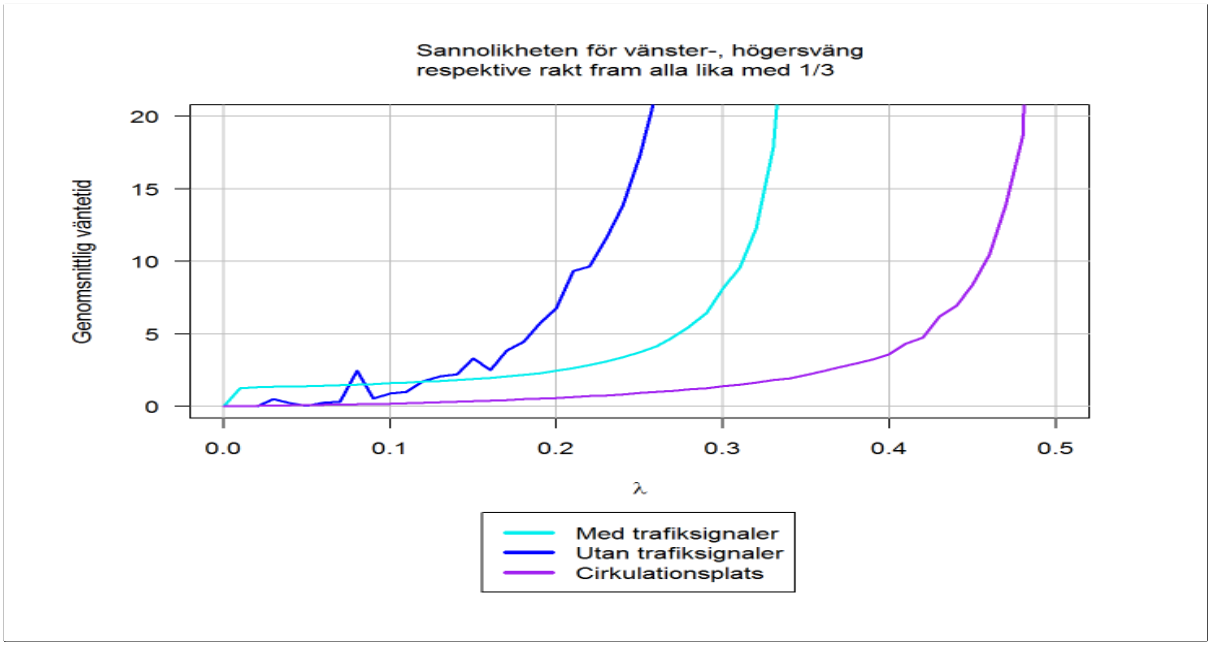
Värt att påpeka, den korsningstyp med lägst förväntad kölängd och totala fördröjningar vid givet trafikflöde betyder inte per automatik att den ska väljas som det mest lämpade alternativet utan andra aspekter ska också vägas in bland annat trafiksäkerhetsfördelar. Till exempel, vid lågtrafikerad, högerreglerade korsningen skulle baserat på våra analyser vara alternativet men det kan finnas skäliga motiveringar till att den skulle ersättas med cirkulationsplats sett från trafiksäkerhetsfördelar bland annat minskad risk för trafikolyckor [5], s. 2-3. Under 90-talet, allt fler cirkulationsplatser började anlägga inom tätbebygga områden som ett svar på att trafiksäkerheten ska förbättras ([6], s. 31). Syftet med den här uppsatsen var visserligen att försöka bilda en allmän uppfattning om vilken korsningstyp som skulle generera lägst förväntad kölängd och totala fördröjningar som vi förhoppningvis har åstadkommit med detta.

5 Appendix



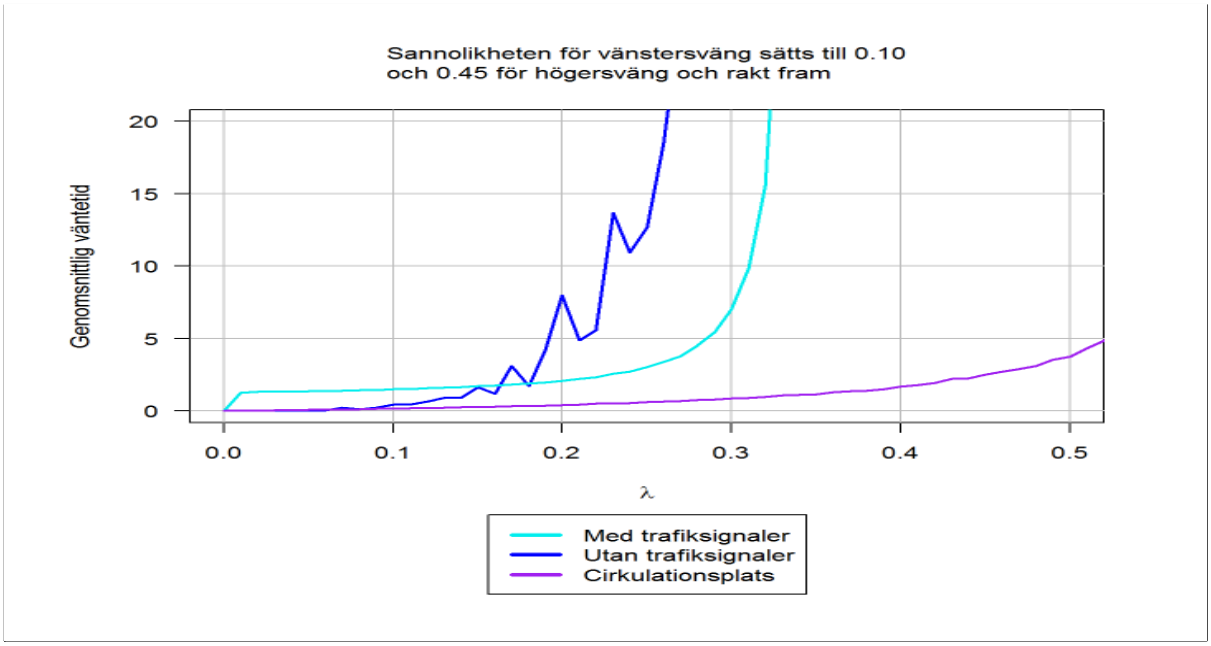
Figur $A1$. En jämförelse mellan några olika längder av en cykel, då alla sannolikheter lika med 1/3. För att minimera båda den genomsnittliga kölängden och den totala fördröjningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

Jämförelse 1



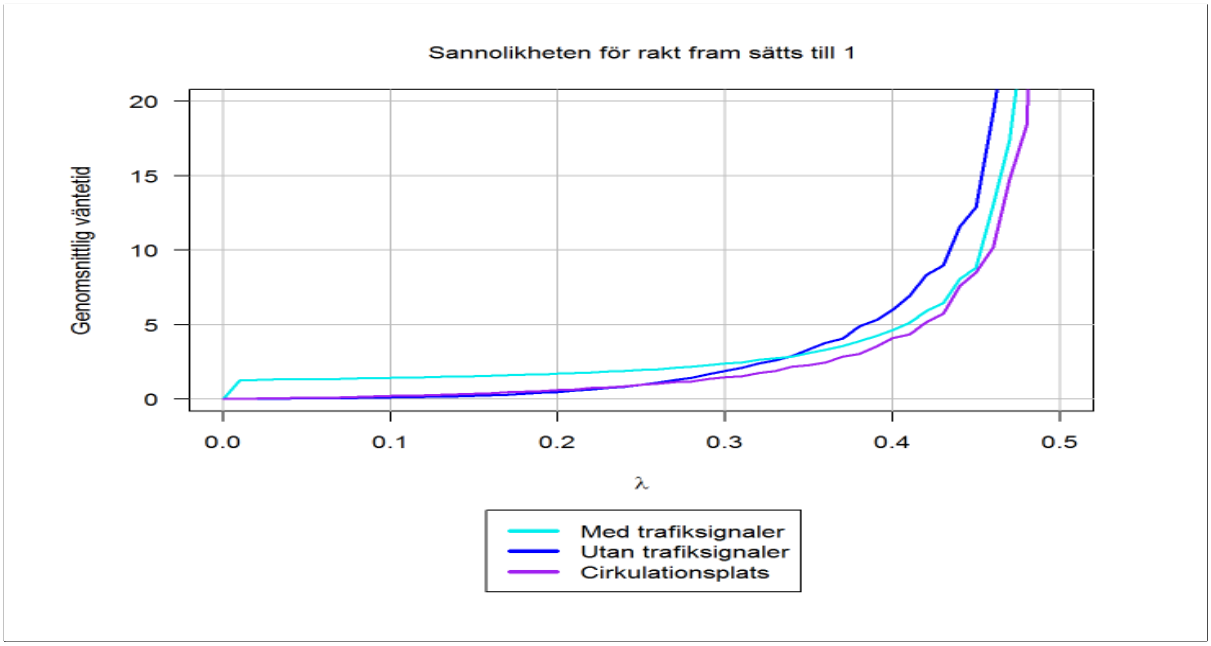
Figur $A2$. En jämförelse av väntetider mellan korsningstyperna. Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

Jämförelse 2



Figur $A3$. En jämförelse av väntetider mellan korsningstyperna. Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

Jämförelse 3



Figur $A4$. En jämförelse av väntetider mellan korsningstyperna. Steglängden mellan simuleringsvärden på λ sätts till 0.01. 100 000 tidssteg simulerats vid varje värde på λ. Vid trafiksignalerade korsningen, längden av en cykel fixeras till $T = 5$.

Referenser

[1] Van Leeuwaarden, J. S. H. (2006). Delay analysis for the fixed-cycle traffic-light queue. Report Eurandom; Vol.2006014. Eindhoven: Eurandom.

[2] Sheldon M. Ross. *Introduction to Probability Models*. Academic Press, 11th Edition, 2014.

[3] TRVMB Kapacitet och framkomlighetseffekter. TRV 2013:64343. Trafikverkets metodbeskrivning för beräkning av kapacitet och framkomlighetseffekter i vägtrafikanläggningar.

[4] Kakooza R., Luboobi L.S. and Mugisha J.Y.T. (2005). Modeling Traffic Flow and Management at Un-signalized, Signalized and Roundabout Road Intersections. Journal of Mathematics and Statistics 1 (3): 194-202.

[5] Florida Roundabout Guide. Florida Department of Transportation. (March 1996).

[6] Analys av trafiksäkerhetsutvecklingen 1997–2007. PUBLIKATION 2008:5. Vägverket.

[7] https://www.tomtom.com/en_gb/trafficindex/list?citySize=LARGE&continent=ALL&country=ALL (hämtad 2018-05-19).

[8] Performance Measure Summary - All 471 Area Averages. (2014). Texas A&M Transportation Institute.