

En Statistisk Undersökning av Strategier i Yatzy

Emil Molinder

Kandidatuppsats 2025:7
Matematisk statistik
Juni 2025

www.math.su.se

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm

En Statistisk Undersökning av Strategier i Yatzy

Emil Molinder*

Juni 2025

Sammanfattning

Syftet med detta arbete är att undersöka hur strategiskt spelande påverkar slutpoängen i spelet Yatzy. För att göra detta jämförs två olika strategier med varandra. Genom att simulera 100,000 matcher per strategi analyseras bland annat medelpoäng, poängfördelningar och vinstfrekvenser. Arbetet fokuserar främst på grafiska analyser för att identifiera mönster och skillnader mellan strategiernas resultat. Resultaten visar att den ena strategin tydligt presterar bättre än den andra, både i antal vinster och i genomsnittlig poäng. Arbetet bidrar med ett mer visuellt angreppssätt än tidigare studier inom området.

*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91, Sverige.
E-post: molinder03@gmail.com. Handledare: Maria Dejfen, Daniel Ahlberg.

En Statistisk Undersökning av Strategier i Yatzy

Emil Molinder

Maj 2025

Sammanfattning

Syftet med detta arbete är att undersöka hur strategiskt spelande påverkar slutpoängen i spelet Yatzy. För att göra detta jämförs två olika strategier med varandra. Genom att simulera 100,000 matcher per strategi analyseras bland annat medelpoäng, poängfördelningar och vinstfrekvenser. Arbetet fokuserar främst på grafiska analyser för att identifiera mönster och skillnader mellan strategiernas resultat. Resultaten visar att den ena strategin tydligt presterar bättre än den andra, både i antal vinster och i genomsnittlig poäng. Arbetet bidrar med ett mer visuellt angreppssätt än tidigare studier inom området.

Abstract

The aim of this study is to investigate how strategic play affects a player's final score in the game of Yatzy. To do so, two different strategies are compared. By simulating 100,000 games per strategy, we analyze aspects such as average scores, score distributions, and win frequencies. The study focuses primarily on graphical analyses to identify patterns and differences in the strategies' outcomes. The results show that one strategy clearly outperforms the other, both in terms of win rate and average score. This work contributes a more visual approach than previous studies in the field.

Förord

Detta arbete utgör ett examensarbete om 15 högskolepoäng i matematisk statistik på Stockholms universitet. Jag vill rikta ett stort tack till mina handledare, Maria Deijfen och Daniel Ahlberg, för deras ovärderliga stöd under arbetets gång. De har bidragit med värdefull feedback, konstruktiv kritik och givande idéer som haft stor betydelse för arbetets utveckling. Avslutningsvis vill jag uppmärksamma ChatGPT, som har varit till hjälp med språkliga förbättringar och förslag på kodförbättringar.

Innehåll

1	Inledning	4
1.1	Terminologi	5
2	Metod	5
2.1	Strategi 1 - Satsar på bonusen	6
2.2	Strategi 2 - Fokuserar på nedre halvan	9
2.2.1	Algoritm för kategoriurval	10
2.2.2	Beslutslogik vid startkast	10
2.3	Strategier för kategorierna på nedre halvan	11
3	Resultat	13
3.1	Poängjämförelse mellan Strategi 1 och Strategi 2	16
3.2	Andelstabeller	17
3.3	Direkt jämförelse mellan Strategi 1 och Strategi 2	18
4	Diskussion	18
4.1	Jämförelse med tidigare studier	20
5	Referenslista	20

1 Inledning

Yatzy är ett av världens mest populära tärningsspel och spelas regelbundet av miljoner människor världen över, både i fysiskt format och genom digitala appar och onlinespel. Det finns många variationer av Yatzy såsom Yahtzee, Yacht, Yam, Crag och många fler (Wikipedia, 2025). I detta arbete ska vi fokusera på den nordiska versionen Yatzy.

Yatzy går ut på att få så många poäng som möjligt vid spelets slut och spelas med fem sexsidiga tärningar och ett protokoll för att hålla koll på poäng. Protokollet består av 15 kategorier och en bonus som ger 50 poäng om spelaren har fått minst 63 poäng på den övre halvan av protokollet. Spelet kan spelas av ett godtyckligt antal spelare och eftersom det finns 15 kategorier på ett protokoll så spelar man 15 rundor. Vid slutet av varje runda måste varje spelare antingen ha satt poäng på en kategori eller strukit en kategori på protokollet, varje spelare har dessutom två omkast per runda, så totalt tre kast per runda.

SPELARE						
Ettor						
Tvåor						
Treor						
Fyror						
Femmor						
Sexor						
SUMMA						63 eller mer = bonus
Bonus						50 poäng
Ett par						
Två par						
Tretal						
Fyrtal						
Kåk						
Liten stege						
Stor stege						
Chans						
Yatzy						50 poäng
SUMMA						

Figur 1: Protokoll i Yatzy (Källa: reglerna.nu/yatzy)

Till skillnad från (Pawlewicz, 2010), som fokuserade på att optimera enspelarläget i Yatzy – där målet är att maximera poängen i ett enskilt spel – syftar detta arbete till att undersöka hur strategiskt spelande påverkar en spelares slutpoäng. För att göra detta jämförs två olika strategier med varandra, med

målet att analysera hur olika val under spelets gång kan påverka resultatet. Vi analyserar bland annat:

- hur ofta respektive strategi vinner i direkt jämförelse,
- skillnader i medel-, max- och minpoäng,
- samt percentiler för de båda strategierna.

Vidare undersöks poängfördelningen för de två strategierna i syfte att identifiera mönster och förstå varför vissa resultat uppstår. Detta görs med hjälp av flera grafiska analyser. Frågeställningen detta arbete försöker besvara är om valet av strategi har en signifikant inverkan på slutresultatet i spelet.

1.1 Terminologi

I detta avsnitt ska vi förklara en del ord och fraser som förekommer i detta arbete.

- Övre halvan och nedre halvan: refererar till de två halvorna på ett Yatzy-protokoll. Den övre halvan består av kategorierna ettor, tvåor, treor, fyror, femmor och sexor och den nedre halvan består av kategorierna ett par, två par, tretal, fyrtal, kåk, liten stege, stor stege, chans och yatzy. Notera att bonusen inte räknas som en kategori även fast den står med på den nedre halvan av protokollet. Notera även att bonus-raden oftast återfinns på den nedre halvan av protokollet men att det är den övre halvan som möjliggör bonusen.
- Sätter poäng på en kategori, lägger tärningar på en kategori: refererar till att spelaren väljer en kategori på protokollet som den fyller i med poäng utifrån de givna tärningarna. Detta innebär att kategorin inte längre kan användas i samma match.
- Att en kategori är ifylld refererar till spelaren antingen har satt poäng på denna kategori eller att den har strukits. Detta innebär att kategorin inte längre kan användas i samma match.

2 Metod

Nedan följer en generell beskrivning av de två strategierna som kommer att jämföras:

- Strategi 1: Denna strategi prioriterar bonusen på övre halvan men tillåter att spelaren sätter poäng på kategorierna på nedre halvan om resultatet på den övre halvan ej är önskvärt.
- Strategi 2: Denna strategi prioriterar den nedre halvan men tillåter att spelaren sätter poäng på kategorierna på övre halvan om resultatet på den nedre halvan ej är önskvärt.

Innan vi kan gå in på mer detaljerade beskrivningar av dessa strategier, behöver vi veta hur många olika kastkombinationer som kan uppstå med fem tärningar. Detta beräknas genom att undersöka alla möjliga heltalspartitioner av talet 5, eftersom spelet spelas med fem tärningar. Samtliga heltalspartitioner ges av

- $p_1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$
- $p_2 = 2 + 1 + 1 + 1$
- $p_3 = 2 + 2 + 1$
- $p_4 = 3 + 1 + 1$
- $p_5 = 3 + 2$
- $p_6 = 4 + 1$
- $p_7 = 5$

Här motsvarar exempelvis heltalspartitionen p_5 att spelaren har ett tretal och ett par. Totalt har vi sju heltalspartitioner och alltså sju olika kastkombinationer med fem tärningar. Dessa heltalspartitioner kommer att vara användbara för att beskriva Strategi 1 och för att beskriva vad spelaren ska göra beroende på vilken kategori den satsar på, detta kommer att tas upp i avsnitt 2.3. När vi senare i texten nämner att spelaren ska satsa på en specifik kategori på nedre halvan, är det beslutsreglerna i avsnitt 2.3 som avgör hur detta ska ske.

2.1 Strategi 1 - Satsar på bonusen

I denna strategi kommer spelaren utnyttja sina två omkast i varje runda (åtminstone tills den övre halvan är ifylld) eftersom den vill ha så många tärningar som möjligt med samma värden. Efter varje kast kan spelaren hamna i något av fallen i Tabell 4. Däremot är det sista kastet lite annorlunda eftersom spelaren då måste sätta tärningarna på en kategori eller stryka en kategori.

För att spelaren ska få sätta poäng på en kategori på den övre halvan, måste den ha minst tre tärningar som visar samma värden. Detta beror på att bonusen erhålls om spelaren har minst 63 poäng på den övre halvan som motsvarar tre lika tärningar i varje kategori; $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot 3 = 63$. Denna gräns kan såklart nås på andra sätt. Om spelaren inte lyckas sätta poäng på en kategori på den övre halvan vid slutet av rundan, så försöker den först se om tärningarna kan sättas på någon av kategorierna på nedre halvan. Spelaren prioriterar då kategorierna enligt Tabell 1.

Prioritet	Kategori
1	Yatzy
2	Fyrtal
3	Kåk
4	Två par
5	Tretal
6	Ett par
7	Stor stege
8	Liten stege

Tabell 1: Prioriteringsordning för nedre halvan.

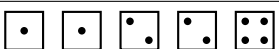
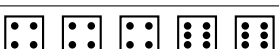
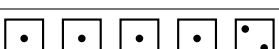
Ordningen i Tabell 1 beror på att om spelaren till exempel har fått fyra tvåor och en trea så ska den såklart prioritera fyrtal över tretal. Om tärningarna inte kan läggas på någon av kategorierna på nedre halvan, sätter spelaren poäng på chans och om chans är ifylld så stryker spelaren kategorin högst upp i Tabell 3 (som inte redan är struken) och om alla kategorierna på den nedre halvan är ifyllda stryker spelaren kategorin högst upp i Tabell 2 (som inte redan är struken).

Kategori	Högsta möjliga poäng
Ettor	5
Tvåor	10
Treor	15
Fyror	20
Femmor	25
Sexor	30

Tabell 2: Högsta möjliga poäng för kategorierna på övre halvan.

Kategori	Högsta möjliga poäng
Ett par	12
Liten stege	15
Tretal	18
Stor stege	20
Två par	22
Fyrtal	24
Kåk	28
Chans	30
Yatzy	50

Tabell 3: Högsta möjliga poäng för kategorierna på nedre halvan.

Heltalspartition	Fall	Exempel kast
p_1	Alla tärningarna visar olika värden. Spelaren sparar då tärningen med högst värde och kastar om de andra.	
p_2	Det är ett par bland tärningarna medans resten visar olika värden. Spelaren sparar då paret och slår om resten av tärningarna.	
p_3	Det är två par bland tärningarna. Spelaren sparar då de två tärningarna som har högst värde bland paren och slår om resten av tärningarna.	
p_4	Tre av tärningarna visar samma värde medans resten visar olika värden. Spelaren sparar då de tre tärningarna som visar samma värde och slår om resten av tärningarna.	
p_5	Tre av tärningarna visar samma värde medans de övriga två tärningarna visar samma, om än annorlunda, värden. Spelaren sparar då de tre tärningarna som visar samma värde och slår om resten av tärningarna.	
p_6	Fyra av tärningarna visar samma värde medans den sista visar ett annat värde. Spelaren sparar då de fyra tärningarna som visar samma värde och slår om den sista tärningen.	
p_7	Alla tärningar visar samma värde. I detta fall sätter spelaren poäng på motsvarande kategori på övre halvan.	

Tabell 4: Vilka tärningar som sparar baserat på olika utfall när spelaren använder sig av Strategi 1.

Om spelaren vid ett kast (förutom det sista omkastet) hamnar i en situation där Tabell 4 föreslår att ett visst tärningsvärde ska sparas, men den motsvarande kategorin redan är ifylld, följer spelaren istället nedanstående strategi i prioritetsordning:

1. Spelaren sparar de tärningar som visar flera av samma värde.
2. Om ovan inte är möjligt, sparas tärningen med högst värde.
3. Om ingen av tärningarna motsvarar en kategori som fortfarande är öppen, kastas samtliga tärningar om.

Kast	Tärningar	Sparade tärningar	Kommentar
1			Spara högst värde (trean) eftersom femmor redan är ifyllda.
2			Två treor är fler än en sexa, spara treorna.
3			Sätter poäng på ettor.

Tabell 5: Illustration av en runda där standardvalet enligt Tabell 4 inte är möjligt, och spelaren i stället följer den prioriteringsordning som listas ovan.

Vi går igenom ett exempel för att förtydliga ovanstående punkter. Detta exempel illustreras även i Tabell 5. Antag att spelaren har en tvåa, en trea och tre femmor efter första kastet. Om spelaren redan har satt poäng på femmor så ska den istället spara trean eftersom den har ett högre värde än tvåan. Spelaren kastar därefter om alla tärningar förutom trean och får en till trea, två fyror och en sexa. Om spelaren redan har satt poäng på fyror så sparar den istället de två treorna eftersom två treor är fler än en sexa. Därefter kastar spelaren om resten av tärningarna och får tre ettor. Spelaren sätter då poäng på ettor. Efter spelaren har fyllt i samtliga kategorier på den övre halvan så använder den sig av Strategi 2 i avsnitt 2.2.

2.2 Strategi 2 - Fokuserar på nedre halvan

Spelaren prioriterar den nedre halvan och försöker använda upp sina två omkast varje runda. Med detta menas att om spelaren får någon av kategorierna (på nedre halvan) som inte använder alla fem tärningar, såsom fyrtalet, två par, tre tal eller ett par, så behåller spelaren dessa tärningar och kastar om övriga i hopp om att få en kategori värd mer poäng. Exempelvis om spelaren skulle få två par som sitt första kast så sparar spelaren de fyra relevanta tärningarna och

kastar om den sista tärningen i hopp om att få kåk. Detta behandlas närmare i avsnitt 2.2.2.

Vad som händer i slutet av varje runda bestäms av nedanstående lista. Vi har lagt en del av punkterna i ett separat avsnitt, avsnitt 2.2.1, eftersom de även används i punkt 4b på sida 11.

1. Först undersöker spelaren om den kan lägga tärningarna på någon av kategorierna på nedre halvan (exklusive chans). Om så är fallet så gör spelaren detta. Spelaren prioriterar då kategorierna enligt Tabell 1.
2. Om detta inte är möjligt, följs algoritmen i avsnitt 2.2.1.

2.2.1 Algoritm för kategoriurval

Nedanstående steg beskriver hur spelaren väljer och eventuellt stryker kategorier för poängsättning:

1. Om ingen kategori i Tabell 1 är öppen, försöker spelaren placera tärningarna i en kategori på den övre halvan. Till skillnad från Strategi 1, så måste inte spelaren ha tre tärningar av samma värden för att kunna lägga de på en kategori, utan det räcker med minst en tärning. Här prioriteras antalet tärningar med samma värde framför själva tärningsvärdet. Anledningen till detta är att poängen i dessa kategorier beror både på antalet tärningar och deras värde. Eftersom man maximalt kan ha fem tärningar med samma värde, är det ofta mer fördelaktigt att satsa på det värde som redan har flest tärningar – även om värdet i sig är lågt.
2. Om ingen lämplig kategori på den övre halvan är möjlig att använda, sätter spelaren poäng på chans.
3. Om chans är ifylld, stryker spelaren den kategori som ligger högst upp i Tabell 2 och som ännu inte är ifylld. Om samtliga kategorier på den övre halvan redan är ifyllda stryks i stället den kategori som ligger högst upp i Tabell 3 och som ännu inte är ifylld.

2.2.2 Beslutslogik vid startkast

Vi ska nu redogöra för de olika situationer som kan uppstå i början av varje runda och vad spelaren gör i var och en.

1. Spelaren får tärningar som kan läggas på någon av kategorierna yatzy, kåk, stor stege, liten stege. Spelaren lägger då tärningarna på den relevanta kategorin.
2. Spelaren får tärningar som kan läggas på någon av kategorierna fyrtal, två par, tretal, ett par. Om spelaren skulle få tärningar som kan läggas på fler än en av dessa kategorier, till exempel om spelaren får två par, så prioriteras kategorierna från vänster till höger. För samtliga av dessa fall gäller det även att följande kategorier är tillgängliga, annars hänvisas spelaren till punkt 4:

- Fyrtal: yatzy eller fyrtal är tillgängliga kategorier. Om yatzy är en tillgänglig kategori så satsar spelaren på yatzy annars lägger spelaren tärningarna på fyrtal.
 - Två par: kåk eller två par är tillgängliga kategorier. Om kåk är en tillgänglig kategori så satsar spelaren på kåk annars lägger spelaren tärningarna på två par.
 - Tretal: yatzy, fyrtal, kåk, två par eller tretal är tillgängliga kategorier. Om det endast är tretal som är en tillgänglig kategori lägger spelaren direkt tärningarna på denna. I övrigt så prioriterar spelaren kategorierna i följande ordning: yatzy, fyrtal, kåk, två par. Om spelaren landar på en kategori som är tillgänglig så är det denna som spelaren satsar på.
 - Ett par: yatzy, fyrtal, kåk, två par, tretal eller ett par är tillgängliga kategorier. Om det endast är ett par som är en tillgänglig kategori lägger spelaren direkt tärningarna på denna. I övrigt så prioriterar spelaren kategorierna i följande ordning: yatzy, fyrtal, kåk, två par, tretal. Om spelaren landar på en kategori som är tillgänglig så är det denna som spelaren satsar på.
3. Spelaren får fem olika tärningar och stor stege eller liten stege är tillgängliga kategorier. I detta fall prioriterar spelaren stor stege över liten stege. Detta innebär att om båda kategorierna är tillgängliga så satsar spelaren på stor stege och annars satsar spelaren på den kategorin som är tillgänglig.
 4. Spelaren hamnar inte i något av ovanstående fall. Detta kan inträffa om spelaren till exempel får tärningar som kan läggas på fyrtal efter att yatzy och fyrtal redan är ifyllda. I detta fall följer spelaren nedanstående ordning:
 - (a) Spelaren går igenom kategorierna i Tabell 1 i angiven prioriteringsordning. Om någon av dessa kategorier är öppen, satsar spelaren på den första öppna kategorin i listan.
 - (b) Om punkt (a) inte är möjlig, följs algoritmen i avsnitt 2.2.1.

Vi ger ett exempel för att förtydliga punkt 2 ovan. Låt oss säga att spelaren får tretal i början av en runda och att yatzy samt fyrtal är ifyllda. Spelaren satsar då på kåk och sparar således de tre tärningarna som har lika värde och kastar om de övriga två. I slutet av rundan så avgör de två punkterna i början av avsnitt 2.2 vad spelaren ska göra.

2.3 Strategier för kategorierna på nedre halvan

I detta avsnitt ska vi använda oss av heltalspartitionerna från tidigare för att beskriva vad spelaren ska göra beroende på vilken kategori den satsar på.

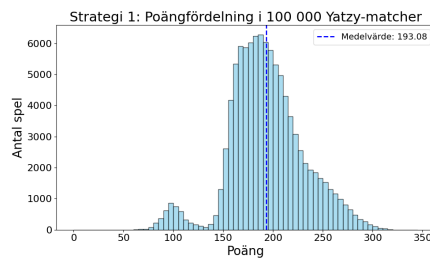
- Ett par:

- p_1 : Spara tärningen med högst värde och kasta om de återstående tärningarna.
- $p_{2,4,6,7}$: Lägg tärningarna på ett par.
- p_3 : Lägg paret med högst värde på ett par.
- p_5 : Lägg två av tärningarna med högst värde på ett par.
- Liten steg: Spara en tärning av varje värde från ett till fem och kasta om de återstående tärningarna.
- Tretal:
 - p_1 : Spara tärningen med högst värde och kasta om de återstående tärningarna.
 - p_2 : Spara paret och kasta om de återstående tärningarna.
 - p_3 : Spara paret med högst värde och kasta om de återstående tärningarna.
 - $p_{4,5,6,7}$: Lägg tärningarna på tretal.
- Stor steg: Spara en tärning av varje värde från två till sex och kasta om de återstående tärningarna.
- Två par:
 - p_1 : Spara tärningen med högst värde och den med näst högst värde, och kasta om de återstående tärningarna.
 - p_2 : Spara paret samt tärningen med högst värde bland de övriga tärningarna och kasta om de återstående tärningarna.
 - $p_{3,5}$: Lägg tärningarna på två par.
 - p_4 : Spara två av de tre tärningar som har samma värde samt tärningen med högst värde bland de övriga tärningarna och kasta om de återstående tärningarna.
 - p_6 : Spara två av de fyra tärningar som har samma värde samt den tärning som har ett avvikande värde, och kasta om de återstående tärningarna.
 - p_7 : Spara två av tärningarna och kasta om de återstående tärningarna.
- Fyrtal:
 - p_1 : Spara tärningen med högst värde och kasta om de återstående tärningarna.
 - p_2 : Spara paret och kasta om de återstående tärningarna.
 - p_3 : Spara paret med högst värde och kasta om de återstående tärningarna.
 - $p_{4,5}$: Spara de tre tärningarna som visar samma värde och kasta om de återstående tärningarna.
 - $p_{6,7}$: Lägg tärningarna på fyrtal.

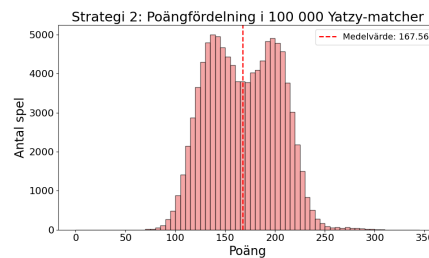
- Kåk:
 - p_1 : Spara tärningen med högst värde och den med näst högst värde, och kasta om återstående tärningar.
 - p_2 : Spara paret samt tärningen med högst värde bland de övriga tärningarna och kasta om återstående tärningar.
 - p_3 : Spara de båda paren och kasta om den sista tärningen.
 - p_4 : Spara de tre tärningarna som visar samma värde samt tärningen med högst värde bland de övriga tärningarna och kasta om den sista tärningen.
 - p_5 : Lägg tärningarna på kåk.
 - p_6 : Spara tre av de fyra tärningar som har samma värde samt den tärning som har ett avvikande värde, och kasta om den sista tärningen.
 - p_7 : Spara tre av tärningarna och kasta om de återstående tärningarna.
- Chans: Spara alla tärningar som visar ett värde strikt större än 3 och kasta om de återstående tärningarna.
- Yatzy:
 - p_1 : Spara tärningen med högst värde och kasta om återstående tärningar.
 - $p_{2,4,5,6}$: Spara de tärningar som visar det värde som förekommer flest gånger.
 - p_3 : Spara paret med högst värde och kasta om återstående tärningar.
 - p_7 : Lägg tärningarna på yatzy.

3 Resultat

Våra simuleringar av de två strategierna ger oss följande plottar för poängfördelningen:



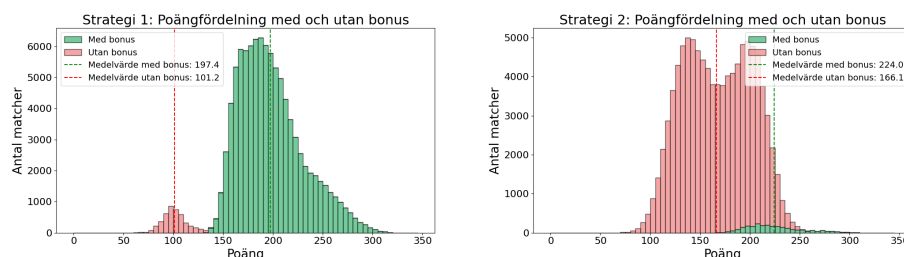
(a) Poängfördelning för Strategi 1



(b) Poängfördelning för Strategi 2

Figur 2: Poängfördelning i 100 000 Yatzy-matcher med Strategi 1 och Strategi 2

I Figur 2 kan man direkt observera att det är en tydlig skillnad i fördelningarna för de två strategierna. Vi ser att Figur 2a består av en mindre topp samt en större topp med en tjock högersvans och att Figur 2b har två toppar speglade runt medelvärdet. För att undersöka orsaken till dessa mönster har vi plottat poängfördelningen för respektive strategi, uppdelat på om spelaren uppnådde bonusen eller inte. Dessa plottar visas i Figur 3. Vi ser tydligt i Figur 3a att den mindre toppen runt 100 poäng motsvarar de matcher där spelaren inte lyckades uppnå bonusen. Majoriteten av matcherna resulterade dock i bonus, vilket förklarar den högre toppen eftersom dessa matcher överlag kommer att ge ett högre medelvärde. Vi ser däremot inte ett lika tydligt mönster i Figur 3b där endast en liten andel av matcherna vid den högra toppen resulterade i att spelaren fick bonus. Vi fortsätter vår undersökning genom att plotta poängfördelningen för respektive strategi, uppdelat på om spelaren fick yatzy eller ej. Detta skulle kunna förklara den tjocka högersvansen i poängfördelningen för Strategi 1 men även de två topparna i poängfördelningen för Strategi 2.

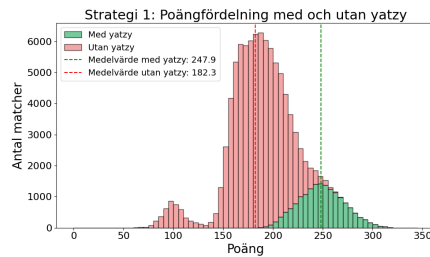


(a) Poängfördelning för Strategi 1 uppdelad på om bonuspoäng erhöles (gröna fördelningen) eller inte (röda fördelningen). Medelvärdena för respektive grupp indikeras med streckade vertikala linjer.

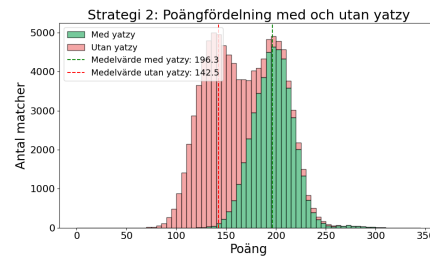
(b) Poängfördelning för Strategi 2 uppdelad på om bonuspoäng erhöles (gröna fördelningen) eller inte (röda fördelningen). Medelvärdena för respektive grupp indikeras med streckade vertikala linjer.

Figur 3: Poängfördelning för Strategi 1 och Strategi 2 uppdelade på om bonuspoäng erhöles eller inte.

I Figur 4 har vi plottat poängfördelningen för respektive strategi, uppdelat på om spelaren fick yatzy eller inte. Vi ser direkt anledningen till den tjocka högersvansen i Figur 4a samt den högra toppen i Figur 4b. Det visar sig att dessa mönster beror på om spelaren får yatzy eller inte. Vi kan nu plotta poängfördelningen för Strategi 1 för de matcher då spelaren fick bonus men inte yatzy samt poängfördelningen för Strategi 2 för de matcher då spelaren inte fick yatzy eller bonus. I Figur 5a och 5b ser vi nu att båda dessa fördelningar liknar normalfördelningar.

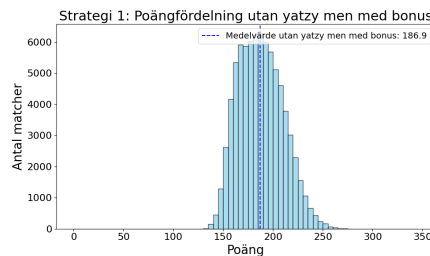


(a) Poängfördelning för Strategi 1 uppdelad på om yatzy erhöles (gröna fördelningen) eller inte (röda fördelningen). Medelvärdena för respektive grupp indikeras med streckade vertikala linjer.

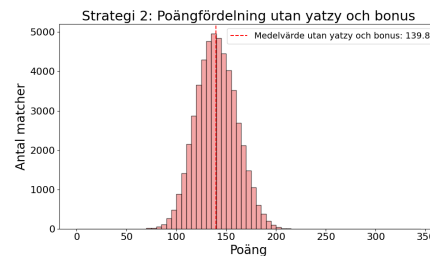


(b) Poängfördelning för Strategi 2 uppdelad på om yatzy erhöles (gröna fördelningen) eller inte (röda fördelningen). Medelvärdena för respektive grupp indikeras med streckade vertikala linjer.

Figur 4: Poängfördelning för Strategi 1 och Strategi 2 uppdelade på om yatzy erhöles eller inte.



(a) Poängfördelning för Strategi 1 för de matcher då spelaren fick bonus men inte yatzy.

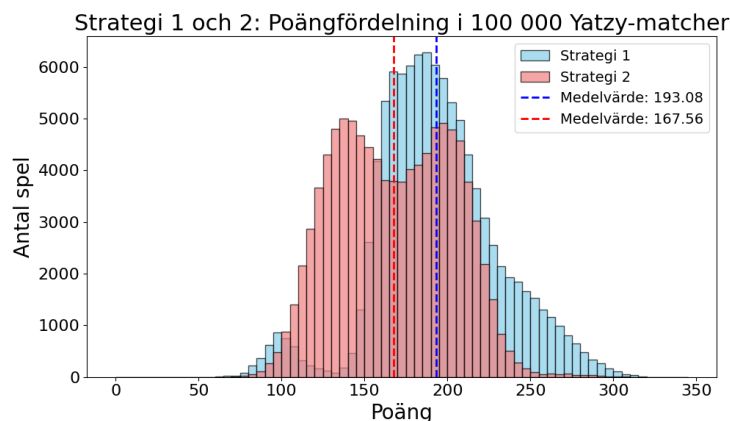


(b) Poängfördelning för Strategi 2 för de matcher då spelaren inte fick yatzy eller bonus.

Figur 5: Poängfördelningar för Strategi 1 och Strategi 2 i utvalda fall där spelaren inte fick yatzy. Vänstra figuren visar resultat för matcher där bonus erhöles men yatzy uteblev (Strategi 1), medan högra figuren visar matcher utan bonus och utan yatzy (Strategi 2).

Innan vi börjar jämföra poäng mellan de två strategierna så kan vi notera en intressant detalj i poängfördelningen från Figur 2a. Nämligen att de två topparna inte skiljer sig åt med exakt 50 poäng, trots att bonusen i sig ger just 50 poäng. Detta är en bieffekt av hur Strategi 1 är programmerad. Eftersom spelaren i Strategi 1 fokuserar på att uppnå bonusen först, börjar den satsa på den nedre halvan först efter att bonusen har säkrats. Det gör att flera kategorier öppnas upp, såsom ett par, två par, tretal, och så vidare. Dessa kategorier är relativt enkla att samla poäng i, vilket resulterar i ett tydligt lyft i spelarens totala poäng efter att bonusen erhöles.

3.1 Poängjämförelse mellan Strategi 1 och Strategi 2



Figur 6: Poängfördelningarna för Strategi 1 och Strategi 2

I detta avsnitt ska vi jämföra olika poäng mellan de två strategierna, exempelvis maxpoäng, minpoäng och medelvärde. Vi ska även använda percentiler i vår analys av strategierna. I Tabell 6 ser vi att Strategi 1 har ett betydligt högre medelvärde än Strategi 2 och att deras maximum och minimum värden är ungefär samma. Att deras medelvärden är så pass annorlunda beror till stor del på bonusen som spelaren erhöll i 95.5% av alla matcherna med Strategi 1 och i Figur 6 har vi plottat båda strategiernas poängfördelningar i samma plot. Man ser då att poängfördelningen för Strategi 1 har en tjockare högersvans som antyder på att det är fler matcher då spelaren får högre poäng än i Strategi 2.

Strategi	Medelvärde	Maximum	Minimum
Strategi 1	193.1 poäng	321 poäng	57 poäng
Strategi 2	167.6 poäng	316 poäng	70 poäng

Tabell 6: Medelvärde, maxpoäng samt minpoäng för Strategi 1 och Strategi 2 från 100,000 matcher av Yatzy.

Vi kan även undersöka olika percentiler hos de två strategierna eftersom detta ger oss en mer detaljerad bild av fördelningarna än att bara jämföra medelvärdet och titta på plottar. Tabell 7 visar poängen för nio olika percentiler för de två strategierna. Vi noterar att alla percentiler förutom 1%-percentilen är högre för Strategi 1 jämfört med Strategi 2. Detta betyder att Strategi 1 ger överlag bättre resultat än Strategi 2 vilket vi även kan se från Figur 6 där Strategi 1 har majoriteten av sin massa vid högre poäng än vad Strategi 2 har.

Att nästan alla percentiler ger högre poäng för Strategi 1 kan bero på att Strategi 1 satsar på bonusen på övre halvan, vilket spelaren fick i 95.5% av matcherna. Detta ger ett tydligt lyft i percentilerna eftersom bonusen på 50

Strategi	1%	5%	10%	25%	50%	75%	90%	95%	99%
Strategi 1	92	144	156	170	190	214	243	260	284
Strategi 2	100	114	122	138	167	197	213	221	239

Tabell 7: Poäng vid utvalda percentiler för Strategi 1 och Strategi 2 från 100,000 Yatzy-matcher.

poäng ökar den totala poängen avsevärt. När spelaren uppnår bonusen får den en stor fördel i poängsummeringen. Trots att yatzy också ger 50 poäng, som inträffade i 46.5% av matcherna i Strategi 2, är det fortfarande så att Strategi 1 ger högre poäng i större utsträckning. Detta beror som sagt på att bonusen i Strategi 1 inträffar i 95.5% av matcherna medans yatzy endast inträffar i 46.5% av matcherna i Strategi 2. Därmed resulterar Strategi 1 i högre poäng, särskilt i de övre percentilerna, eftersom bonusen ger ett lyft i poäng jämfört med Yatzy.

3.2 Andelstabeller

I detta avsnitt ska vi använda Tabell 8 och Tabell 9 för att härleda intressanta observationer. Som förväntat och som tidigare nämnt, är det en stor majoritet av matcherna med Strategi 1 då spelaren erhöll bonusen (95.5%) samt ungefär hälften av matcherna med Strategi 2 där spelaren erhöll yatzy (46.5%). Vi kan också titta på dessa två kategorier i motsatta strategier. Då ser vi att i 16.4% av matcherna fick spelaren yatzy med Strategi 1 samt att spelaren fick bonus i 2.5% av matcherna med Strategi 2. Dessa siffror är inte oväntade eftersom Strategi 1 tillåter att spelaren lägger tärningar på yatzy efter att övre halvan är ifylld och i Strategi 2 använder spelaren övre halvan om det inte går att lägga tärningar på den nedre. I det senare fallet är det såklart väldigt sällsynt att uppnå bonusen eftersom spelaren då kan lägga tärningar på övre halvan oavsett hur många tärningar den har av samma värde. Detta till skillnad från Strategi 1.

I Tabell 9 kan man notera en intressant detalj. Nämligen att andelen matcher där spelaren satt poäng på ettor (0.833) skiljer sig en bra bit från de andra kategorierna på övre halvan som varierar mellan 0.920 och 0.977. En möjlig förklaring till detta är eftersom Strategi 2 inte försöker uppnå bonusen på övre halvan, prioriteras den delen av protokollet generellt lägre. Om ett kast inte passar någon kategori på nedre halvan, och tärningarna inte heller kan läggas på en kategori på övre halvan samt att chans är ifylld, tvingas spelaren stryka en kategori. I dessa fall är ettor den första kategorin som stryks (detta nämndes i avsnitt 2.2.1). På grund av detta blir ettor i största grad den kategori som stryks först, vilket förklarar dess markant lägre andel jämfört med övriga kategorier på den övre halvan.

Kategori	# spel	Andel
Ettor	97,640	0.976
Tvåor	98,121	0.981
Treor	98,431	0.984
Fyror	98,785	0.988
Femmor	99,037	0.990
Sexor	99,322	0.993
Ett par	99,880	0.999
Två par	95,266	0.953
Tretal	50,415	0.504
Fyrtal	47,585	0.476
Liten stege	5,006	0.050
Stor stege	13,659	0.137
Kåk	60,736	0.607
Chans	100,000	1.000
Yatzy	16,399	0.164
Bonus	95,488	0.955
Totalt	100,000	1

Tabell 8: Antal gånger respektive kategori användes samt dess andel i 100,000 Yatzy-matcher med Strategi 1.

Kategori	# spel	Andel
Ettor	83,312	0.833
Tvåor	91,977	0.920
Treor	94,383	0.944
Fyror	96,146	0.961
Femmor	97,309	0.973
Sexor	97,656	0.977
Ett par	100,000	1.000
Två par	99,767	0.998
Tretal	99,998	1.000
Fyrtal	97,434	0.974
Liten stege	37,272	0.373
Stor stege	55,438	0.554
Kåk	98,313	0.983
Chans	100,000	1.000
Yatzy	46,526	0.465
Bonus	2,522	0.025
Totalt	100,000	1

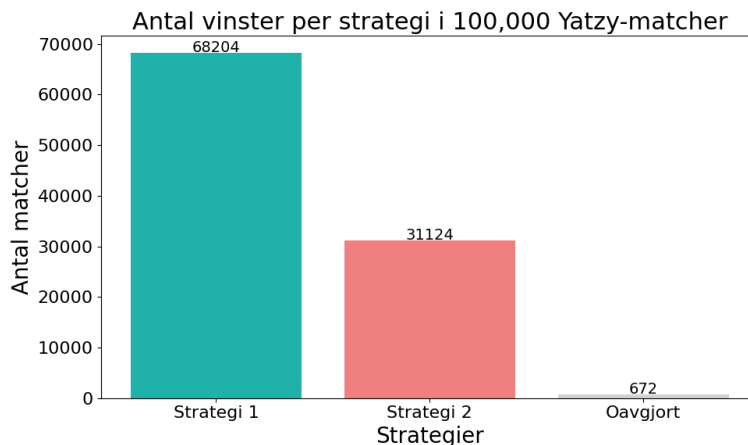
Tabell 9: Antal gånger respektive kategori användes samt dess andel i 100,000 Yatzy-matcher med Strategi 2.

3.3 Direkt jämförelse mellan Strategi 1 och Strategi 2

Vi ska nu låta de två strategierna spela mot varandra och undersöka vilken som presterar bäst. Det är värt att nämna att vi inte jämför hur strategierna presterar mot varandra på exakt samma tärningskast i varje match. Utan varje strategi spelar sina egna matcher, så jämförelsen säger vilken strategi som presterar bättre över ett stort antal oberoende matcher. Vi har plottat antalet matcher vunna av respektive strategi i Figur 7. Vi ser att ungefär tvåtredjedelar av matcherna vann Strategi 1 och att det var väldigt få matcher då det blev oavgjort. Vi kan alltså dra slutsatsen att Strategi 1 ger överlag ett bättre resultat än Strategi 2.

4 Diskussion

I detta arbete har vi kommit fram till att Strategi 1 - som satsar på bonusen på övre halvan - presterar bättre än Strategi 2 - som fokuserar på nedre halvan - när dessa strategier får köras mot varandra i ett stort antal matcher av Yatzy. Vi har också kommit fram till att bonusen som ger 50 poäng, förklarar till stor del varför Strategi 1 presterar bättre än Strategi 2. Dessutom har vi etablerat att Strategi 1 har ett bättre medelvärde samt att poängen vid olika percentiler är bättre än de för Strategi 2. Dessa resultat beror till stor del på att Strategi 1



Figur 7: Antal matcher vunna av respektive strategi samt antal oavgjorda resultat i 100,000 simulerade Yatzy-matcher.

först satsar på bonusen på övre halvan men att den ändå tillåts lägga tärningar på den nedre halvan om resultatet på den övre halvan ej är önskvärt. Detta medför att spelaren med mycket hög sannolikhet får bonusen samt att den får en del poäng från nedre halvan. Skillnaden med Strategi 2 är att den satsar på nedre halvan vilken inte har en bonus som spelaren kan gå efter. På grund av detta är det mycket svårare för spelaren att få höga poäng eftersom bonusen inte är en prioritet. Motsvarigheten på den nedre halvan blir istället yatzy som visar sig vara svårare att erhålla än bonusen. Vi kan alltså med säkerhet säga att valet av strategi definitivt har en inverkan på slutresultatet.

Resultaten vi fått tyder på att det helt klart går att få ett övertag över andra spelare genom att följa Strategi 1. Denna strategi kan därför användas för att öka sina vinstchanser i vardagligt spel, till exempel mot familj eller vänner. Däremot måste man vara medveten om att denna strategi med störst sannolikhet inte är den mest optimala strategin som finns. Vi har bara jämfört två strategier mot varandra och för mer optimala strategier krävs det förmodligen avancerade tekniker inom områden såsom maskininlärning. De resultat som presenterats kan däremot fungera som en grund eller vägledning för vidare undersökningar, och potentiellt bidra till att utveckla mer effektiva spelstrategier i Yatzy.

En möjlig förbättring i detta arbete vore att låta båda strategierna spela med exakt samma tärningskast i varje omgång. Detta säkerställer att skillnader i resultatet endast beror på strategiernas beslut – istället för slumpmässiga variationer i tärningskast. Eftersom vi simulerade 100,000 matcher per strategi innebär det att slumpen i stort sett jämnar ut sig tack vare de stora talens lag. För framtida studier skulle det vara intressant att inkludera mått såsom *total variation distance* i syfte att jämföra hur olika poängfördelningarna för strategierna är. Ett annat möjligt angreppssätt vore att analysera överlappningen

mellan poängfördelningarna för att uppskatta sannolikheten att en strategi vinner mot den andra i en enskild match.

Tillslut har vi några frågor man skulle kunna tänka på till ett framtida arbete. Dessa är:

- Finns det en optimal strategi för Yatzy och kan denna uppnås med hjälp av maskininlärningstekniker? I så fall, hur mycket bättre är den än Strategi 1 och Strategi 2?
- Hur stor roll spelar bonusen för den totala poängen? Är en strategi som fokuserar på att nå bonusen alltid att föredra?

4.1 Jämförelse med tidigare studier

Till skillnad från tidigare arbeten, exempelvis (Pawlewicz, 2010), som främst fokuserat på optimering genom matematiska modeller eller simuleringar, använder detta arbete grafiska analyser i större utsträckning för att analysera olika egenskaper hos strategierna. Genom att visualisera poängfördelningar och undersöka samband mellan olika spelutfall kan vi identifiera mönster som annars lätt missas. Denna metodik bidrar med ett nytt perspektiv i analysen av Yatzystrategier. I (Glenn, 2006) analyserades en optimal strategi i den amerikanska versionen av Yatzy, nämligen Yahtzee, där man erhöll ett medelvärde på 254.59 poäng. Detta är betydligt mer än det högsta medelvärdet vi fick (193.1 poäng). Det ska dock nämnas att det finns flera betydande skillnader mellan Yatzy och Yahtzee. Exempelvis saknar Yahtzee kategorierna “ett par” och “två par”, kåk ger alltid 25 poäng oavsett tärningarnas värde, det finns fler möjligheter att uppnå liten och stor stege samt fler bonussystem än enbart det för övre halvan. Därför är en direkt jämförelse mellan resultaten i dessa två spelvarianter inte helt rättvisande.

5 Referenslista

- Wikipedia. (2025). *Yatzy*. Hämtad 11 maj 2025 från <https://sv.wikipedia.org/wiki/Yatzy>
- Pawlewicz, J. (2010). *A nearly optimal computer player in multi-player Yahtzee (full version)*. Hämtad 11 maj 2025 från <http://www.mimuw.edu.pl/~pan/papers/yahtzee.pdf>
- Glenn, J. (2006). *An optimal strategy for Yahtzee*. Hämtad 11 maj 2025 från http://gunpowder.cs.loyola.edu/~jglenn/research/optimal_yahtzee.pdf
- Reglerna.nu. (n.d.). *Yatzy: Regler & tips för hur man spelar (med protokoll!)*. Hämtad 11 maj 2025 från <https://www.reglerna.nu/yatzy/>