

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. (a) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^{10}e^x + 3e^{2x}}{e^{2x} + \ln(x)}$ . (2p)

(b) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x) \ln(1 + 3x)}{x^3}$ . (2p)

2. Bestäm derivatan av (4p)

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

direkt utifrån derivatans definition.

3. Bestäm inversen till funktionen (4p)

$$f(x) = \frac{3x + 1}{2x + 1}.$$

Ange speciellt inversens definitions- och värdemängder.

4. (a) Avgör om den generaliserade integralen  $\int_0^{\infty} xe^{-2x} dx$  är divergent eller konvergent och bestäm i så fall dess värde. (4p)

(b) Derivera funktionen  $f(x) = \int_0^{\sin(x)} e^{t^2} dt$ . (2p)

5. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen (8p)

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{|x + 1|},$$

samt skissera grafen. Bestäm även funktionens värdemängd.

6. Bestäm alla räta linjer som tangerar båda graferna (4p)

$$y = x^2 + 2x + 2 \quad \text{och} \quad y = 1 - x^2.$$

(En noggrann skiss med förmodade lösningar kan ge delpoäng.)