

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. (a) Beräkna gränsvärdet (3p)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + an^2} - n^2),$$

där  $a$  är en reell konstant.

- (b) Beräkna gränsvärdet (3p)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

2. Bestäm derivatan av (4p)

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

direkt utifrån derivatans definition.

3. (a) Bestäm  $\int x^3 \ln(x) dx$ . (3p)

- (b) Avgör om den generaliserade integralen  $\int_{1/2}^{\infty} \frac{dx}{1+4x^2}$  är divergent eller konvergent och bestäm i så fall dess värde. (4p)

4. Bestäm alla asymptoter till grafen  $y = \frac{x^2 + x}{1 - |x|}$ . (4p)

5. Undersök lokala och globala extremvärden samt konvexitetsegenskaper till funktionen (5p)

$$f(x) = \frac{x+2}{e^x},$$

samt skissera grafen. Bestäm även funktionens värdemängd.

6. Bestäm alla värden på konstanten  $a$  så att linjen  $y = ax$  tangerar kurvan  $y = e^{-3x}$ . (4p)