

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. 15 poäng ger minst E.

1. (a) Ge exempel på tre olika primtal p_1, p_2, p_3 så att $p_1 + p_2 + p_3$ också är ett primtal. (2p)
 - (b) Bestäm $(\{1, 2, 3, 7, 8\} \cap \{2, 3, 4, 9\}) \cup \{2, 10, 11\}$. (2p)
 - (c) Låt $z = 1 + i \in \mathbb{C}$ och beräkna summan $\sum_{k=0}^{16} \left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^k$. (2p)
2. Ekvationen $8x^5 - 12x^4 + 6x^3 - 9x^2 - 2x + 3 = 0$ har den komplexa roten $x = i$. Finn övriga rötter. (6p)

3. Lös olikheten
$$\frac{(x^2 - 9) \cdot \sqrt{5 - x}}{(x + 1) \cdot \sqrt{x^2 - 4}} \geq 0$$
 där $x \in \mathbb{R}$. (6p)

Glöm inte att ta hänsyn till för vilka x som olikheten är definierad.

4. Du ska avgöra om den Diofantiska ekvationen $(3^{300} - 5^{60})x + 7y = 12$ har lösningar. Gör detta genom att först skriva ned villkoret på $a, b, c \in \mathbb{Z}$ som måste gälla för att den Diofantiska ekvationen $ax + by = c$ ska ha lösningar, och därefter avgöra om 7 delar $3^{300} - 5^{60}$. (6p)
5. I spelet BrawlStars™ finns de åtta spelarkaraktärerna nedan: (6p)

Leon, Draco, Crow, Spike, Kit, Kenji, Chester, Surge.

En *match* består av två lag (hemma och borta) med tre karaktärer i varje lag. Samma karaktär kan inte förekomma mer än en gång per lag, *men samma karaktär får förekomma i båda lagen*.

Exempel: **Hemma:** Leon, Draco, Crow **Borta:** Leon, Spike, Kit.

- (a) På hur många sätt kan man skapa ett hemmalag från karaktärerna ovan?
- (b) På hur många sätt kan de två lagen konstrueras om hemmalaget har Spike, och bortalaget har Leon?
- (c) På hur många sätt kan man konstruera ett hemmalag och ett bortalag, så att Leon inte möter Spike?

Svaren ska anges där eventuella binomialkoefficienter har beräknats, men produkter, skillnader och summor får lämnas utan att förenklas.