

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. 15 poäng ger minst E.

1. Lös följande problem.

(a) Bestäm det minsta positiva heltalet A , som gör att den Diofantiska ekvationen $Ax - 143y = 1$ *inte* går att lösa. (2p)

(b) Avgör om påståendet nedan är sant eller inte: (2p)

$$\forall y \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : x^3 + y^2x - y + 100000 = 0.$$

(c) Om man ska visa identiteten $\sum_{k=0}^n (k+1) \cdot 2^k = 1 + n \cdot 2^{n+1}$ för $n \geq 0$ med induktion behövs ett basfall. *Vad är basfallet? Om formeln ovan för ett visst n är induktionsantagandet, vilket påstående vill man därefter visa?* (2p)

2. Formulera binomialsatsen. Bestäm därefter koefficienten för z^9 i polynomet $\left(\frac{1}{16} + (1 + i\sqrt{3})z\right)^{12}$. (6p)

3. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $x^2 + (4 - 6i)x - (5 + 10i) = 0$. (6p)

4. Bestäm alla $x \in \mathbb{R}$ som löser ekvationen $|x(x - 1)| = 2|(x - 1)(x + 2)|$. (6p)

5. Kjell Andersson, Kjell Bertilsson, Kjell Carlsson, Kjell Davidsson och Kjell Eriksson har gått ned i källaren för att kjell-sortera. På hur många sätt kan de 5 stå i kö, (6p)

(a) utan några extra villkor?

(b) så att Carlsson står någonstans mellan Andersson och Eriksson (men inte nödvändigtvis direkt intill någon av dessa)?

(c) så att Andersson inte är först och Bertilsson inte står direkt bakom Andersson?

Alla svar ska anges som heltal.