

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. 15 poäng ger minst E.

1. (a) Kurt-Erik sparar pengar under 80 dagar. På dag  $k$  så lägger han  $k$  kronor i en burk, för  $k = 1, 2, 3, \dots, 80$ . Hur många kronor finns i burken den sista dagen? (1p)
- (b) Exakt ett av talen 3, 5 och 7 är en lösning till polynomekvationen  $x^{10} - 17x^9 + \dots - 175x + 98 = 0$ . Alla koefficienter är heltal. Bestäm vilket av talen som är lösningen. Motivera ditt svar. (2p)
- (c) Bestäm koefficienten för  $x^8$  i uttrycket  $(2x^2 + \frac{1}{x})^{10}$ . Svaret ska anges som en produkt av heltal. (3p)
2. (a) Formulera Fermats lilla sats. (2p)
- (b) Bestäm  $\text{SGD}(1^{2025} + 3^{2025} + 5^{2025} + 9^{2025}, 12)$ . (4p)
3. Lös olikheten  $3|x - 2| + 3x \geq 2|x + 5|$ , för  $x \in \mathbb{R}$ . (6p)
4. Betrakta de två Diofantiska ekvationerna  $5x + 14y = 19$  och  $13x - 12z = -11$ . (6p)
  - (a) Ge den allmänna lösningen till var och en av ekvationerna.
  - (b) Beskriv de  $x$  som ingår i en lösning i båda ekvationerna. Med andra ord, beskriv  $\{x \in \mathbb{Z} : \exists y, z \in \mathbb{Z} \text{ så att } 5x + 14y = 19 \text{ och } 13x - 12z = -11\}$ .
5. Damerna Agda, Berit, Gerd och Ester ska ha knytkalas. De har bestämt sig för att förbereda följande fyra huvudrätter: **Aladåb**, **böcklinglåda**, **potatis** samt **köttfärslimpa**. De ska såklart ha något till kaffet också. De två klassikerna **citronfromage** och **flamberade bananer** ska serveras till efterrätt. (6p)
  - (a) På hur många sätt kan rätterna fördelas så att varje person lagar exakt en huvudrätt och som mest en efterrätt? Notera att varje rätt ska förekomma exakt en gång på kalaset.
  - (b) Gerd har gikt så hon orkar bara laga en efterrätt om hon till huvudrätt kokar potatisar. På hur många sätt<sup>1</sup> kan man fördela uppgifterna så att Gerd orkar med?
  - (c) Vid förra kalaset så råkade Ester flambara sin pudel, så hon får inte laga flamberade bananer denna gång. På hur många sätt kan nu rätterna fördelas, så att både Gerd och Esters (nya) pudel inte riskerar sin hälsa?

Svaren ska anges med heltal. Inget av svaren överstiger 300.

---

<sup>1</sup>Tips: Dela upp i två fall beroende på om Gerd gör en efterrätt eller inte.