MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator: Per Alexandersson

Tentamensskrivning i
Diskret matematik, Matematik I, 4 hp
2025-08-12

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. 15 poäng ger minst E.

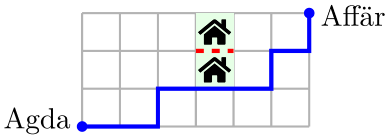
1. Följande ska lösas för $x \in \mathbb{R}$. (6p)

   (a) Lös olikheten $(x-1)^2(x-4)(x-6) \geq 0$.

   (b) Lös olikheten $|x-2| \cdot |x-5| \geq 10$.

   (c) Gäller implikationen $|x-2| \cdot |x-5| \geq 10 \implies (x-1)^2(x-4)(x-6) \geq 0$?

2. Agda bor i ett kvarter i ett rutnät med gator. Hon vill promenera från sitt hem till affären, genom att gå tre sträckor norrut och sex sträckor österut. Hon måste alltså gå 9 sträckor totalt. I figuren är en sådan promenad markerad. (6p)



   (a) Hur många olika promenader totalt kan Agda gå, med tre sträckor norr och sex sträckor öster?

   (b) Ester och Gerd är grannar med en gemensam gata. Agda vill inte promenera på just denna sträcka mellan husen eftersom då Esters pudel har för vana att skälla så förfärligt om hon går där. På hur många sätt kan Agda ta sig till affären utan att gå mellan de två husen i figuren?

3. Finn en heltalslösning och en icke-reell lösning till ekvationen (6p)

$$x^7 + x^6 + 4x^4 + 4x^3 + 8x + 8 = 0.$$

4. Formulera binomialsatsen och beräkna därefter koefficienten för z^2 i uttrycket $\left(z^2 + \frac{1}{z}(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)\right)^{10}$. Ange svaret på rektangulär form. (6p)

5. (a) Vilket krav ska uppfyllas om den Diofantiska ekvationen $ax+by=1$ ska ha lösningar? (Talen a och b är heltal.) (6p)

   (b) Visa att om $ax+by=1$ har heltalslösningar, så har även den Diofantiska ekvationen $(2a+b)x+(3a+2b)y=1$ heltalslösningar.

Lycka till!