

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. 15 poäng ger minst E.

1. Blandade frågor.

- (a) Finn $SGD(240, 154)$ med Euklides algoritm. (2p)
- (b) Beräkna resten då 5^{40} delas med 11. (2p)
- (c) Ge exempel på en mängd A sådan att $|A \times A| = 9$ där mängden $A \times A$ består av alla ordnade par av element ur mängden A . (1p)

2. Logik och mängdlära.

- (a) Avgör om följande påstående är sant eller falskt för $x, y \in \mathbb{R}$: $\forall x \exists y (x^2 + y = 10)$. Motivera noga. (2p)
- (b) Låt A, B och C vara mängder. Visa att $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ genom att använda mängdlärans definitioner. (3p)

3. Polynom.

- (a) Visa att $x - 1$ är en faktor i $p(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$ och finn samtliga reella nollställen. (3p)
- (b) Bestäm ett reellt polynom $q(x)$ av lägsta möjliga grad som har nollställen i $x = 2$ och $x = i$. (2p)

4. Absolutbelopp.

- (a) Lös ekvationen $|x - 1| + |2x + 4| = 6$ för $x \in \mathbb{R}$. (3p)
- (b) Lös olikheten $|3x - 2| < 5$. (2p)

5. Kombinatorik.

- (a) Hur många unika ord med 6 bokstäver kan bildas av bokstäverna i "KOKOS"? (2p)
- (b) En kommitté på 4 personer ska väljas från en grupp av 6 män och 5 kvinnor. Hur många sådana kommittéer kan bildas om den måste innehålla minst två kvinnor? (3p)

6. Summor.

- (a) Visa med induktion att $\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$ för alla $n \geq 1$. (4p)
- (b) Formulera induktionsantaganden som används i detaljer. (1p)

Lycka till!