MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator: A. Sola

Tentamensskrivning i
Matematik I Diskret Matematik
21 oktober 2026

Inga hjälpmedel tillåtna. Motivering krävs i varje uppgift. Minst 15 poäng krävs för godkänt.

1. Bestäm samtliga lösningar till den diofantiska ekvationen

$$55m - 21n = 7.$$

   Hur många av dessa heltalslösningar (m, n) uppfyller att $0 \leq m \leq 100$ och $0 \leq n \leq 100$? (5p)

2. (a) Lös ekvationen

$$|x^2 - 1| + 2|x + 2| = 6. \qquad (3p)$$

   (b) Lös olikheten

$$x + \frac{1}{x+2} < 1. \qquad (2p).$$

3. Är $n^3 + 2n$ jämnt delbart med 3 för alla naturliga tal n? Är $n^3 + 2n$ jämnt delbart med 4 för alla naturliga tal n? Gör bevis eller ge motexempel. (5p)

4. Lös den komplexa andragradsekvationen

$$z^2 + 4iz = 7 + 4i. \qquad (5p)$$

5. (a) Finns det något moniskt polynom av grad tre vars konstantterm är positiv och vars nollställen är positiva? (2p)

   (b) Använd induktion för att bevisa sambandet

$$\frac{2}{1 \cdot 2} + \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{2}{n(n+1)} = \frac{2n}{n+1}$$

   för alla positiva heltal n. (3p)

6. Hur många ord kan bildas genom omkastning av bokstäverna i WALLAWALLA? Hur många av dessa innehåller inte AAAA? (5p)