

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. (a) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$ . (2p)

(b) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 3n^2 + 2} - n^2)$ . (3p)

2. Visa att (5p)

$$f(x) = 3 + \frac{2}{1 + e^x}$$

är en monoton funktion på  $\mathbb{R}$ , och bestäm dess invers. Ange speciellt inversens definitions- och värdemängder.

3. (a) Bestäm  $\int e^{3x} \sin(x) dx$ . (3p)

(b) Avgör om den generaliserade integralen  $\int_0^\infty \frac{x^2}{1 + x^6} dx$  är divergent eller konvergent och bestäm i så fall dess värde. (3p)

4. Bestäm alla asymptoter till funktionen  $f(x) = \ln(3x^2) - 2 \ln|x + 1|$ . (4p)

5. Undersök lokala och globala extremvärden samt konvexitetsegenskaper till funktionen (6p)

$$f(x) = \arcsin(x) - \sqrt{2} \cdot x,$$

samt skissera grafen.

6. Betrakta funktionen (4p)

$$f(x) = |x|^3.$$

Visa utifrån derivatans definition (och med noggranna motiveringar) att  $f(x)$  är deriverbar i punkten  $x = 0$ . Ange sedan en så kort och enkel formel som möjligt för  $f'(x)$  som gäller för alla  $x \in \mathbb{R}$ .