

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. Bestäm, med kursens metoder, gränsvärdena

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 2x^2 e^x}{3e^x + 4\sqrt{1 + e^{4x}}}$ (3p)

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+1} \right)^{2x}$ (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden samt asymptoter till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{|x+1|+1},$$

samt skissera grafen. Konvexitet behöver inte undersökas.

3. (a) Bestäm $\int x \cdot 2^x dx$. (3p)

(b) Beräkna integralen $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{1 + \sin^2(x)} dx$. (3p)

4. (a) Bestäm inversen till funktionen $f(x) = \ln(2-x) + 3$. Ange speciellt inversens definitions- och värdemängder. (3p)

(b) Bestäm alla asymptoter till grafen $y = \arctan\left(\frac{x-1}{x}\right)$. (3p)

5. (a) Ge fyra (enkla) exempel på gränsvärden av typen " $\frac{0}{0}$ " som uppfyller vardera: (2p)

i. $\rightarrow 0$,

ii. $\rightarrow \pi$,

iii. $\rightarrow \infty$,

iv. inte existerar (och inte heller $\rightarrow \pm\infty$).

Det räcker att skriva upp gränsvärdena.

(b) Betrakta funktionen $f(x) = (\sqrt{1+x} - 1)\sqrt{|x|}$. Avgör utifrån derivatans definition om $f(x)$ är deriverbar i punkten $x = 0$. (4p)