

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. **Lycka till!**

1. Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar: (6p)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)^2(x-2)}{x^2-x-2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x+1} - x).$$

Endast metoder från Analys del 1 får användas, i synnerhet är l'Hopitals regel inte tillåten.

2. Visa att funktionen (6p)

$$f(x) = e^x - e^{-x}, \quad x \in \mathbb{R},$$

är injektiv och beräkna dess inversa funktion  $f^{-1}$ .

3. (a) Beräkna alla asymptoter till grafen av (3p)

$$g(x) = \frac{x^3 - x^2 + x}{x^2 + 1}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (b) Undersök huruvida funktionen (3p)

$$f(x) = |x| \sin x, \quad x \in \mathbb{R},$$

är deriverbar i  $x = 0$  och bestäm i förekommande fall derivatan  $f'(0)$ .

4. Betrakta funktionen  $f(x) = (x^2 - x - 1)e^{-x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- (a) Finn alla lokala minimi- och maximipunkter för  $f$  och de tillhörande minimi- och maximivärdena. (3p)

- (b) Bestäm gränsvärdena för  $f(x)$  då  $x \rightarrow \pm\infty$ . (2p)

- (c) Skissera grafen av  $f$ . (Konvexitet behöver inte undersökas.) (1p)

Tips:  $e^{-3} \approx 0,05$ .

5. (a) Bestäm (3p)

$$\int \sqrt[3]{6x+5} \, dx.$$

- (b) Visa att den generaliserade integralen (3p)

$$\int_0^\infty x e^{-2x} \, dx$$

konvergerar och bestäm dess värde.