

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. **Lycka till!**

1. Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar: (6p)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^2 - \sqrt{x^4 - 7x^2 + 3} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 7x + 12}.$$

Endast metoder från Analys del 1 får användas, i synnerhet är l'Hopitals regel inte tillåten.

2. (a) Bestäm alla asymptoter till kurvan $y = \frac{2x^3 + x^2 + 2x}{x^2 + 1}$. (3p)

- (b) Finn alla punkter i vilka tangenten till $f(x) = \ln(x^2 - \frac{1}{3})$ har lutning 3. (3p)

3. Betrakta funktionen $g(x) = |x^2 - 1|$, $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Bestäm alla punkter i vilka g antar ett lokalt minimum eller maximum. (3p)

- (b) Undersök var g är konvex resp. konkav. (2p)

- (c) Skissera grafen av g . (1p)

4. (a) Beräkna (3p)

$$\int_0^\pi x \sin(5x) \, dx.$$

- (b) Bestäm (3p)

$$\int \frac{1}{(x^2 + 1) \arctan x} \, dx.$$

5. Låt $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara en positiv, deriverbar funktion.

- (a) Visa med hjälp av derivatans definition att $f(x) = \sqrt{p(x)}$ är deriverbar (3p)
med $f'(x) = \frac{p'(x)}{2\sqrt{p(x)}}$.

- (b) Antag nu dessutom att p är konvex och två gånger deriverbar. Är det (3p)
sant eller falskt att funktionen $g(x) := (p(x))^2$ är konvex? Motivera ditt svar noggrant!