Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

1. Bestäm alla primitiva funktioner till (4p)

$$f(x) = \frac{5x - 11}{x^2 - 3x - 10}.$$

2. Beräkna Maclaurinpolynomet p_2 av grad 2 till funktionen (5p)

$$f(x) = \sqrt{1 + 3x}$$

samt visa att approximationsfelet som fås när $f(x)$ ersätts med $p_2(x)$ är högst $\frac{27}{16} \cdot 10^{-3}$ för $0 \le x \le 0{,}1$.

3. Bestäm minimum och maximum av funktionen (5p)

$$f(x, y) = x^2 y + y^3$$

på området $\{(x, y) : x^2 + y^2 \le 16, y \ge 0\}$.

4. (a) Byt integrationsordning i den itererade integralen (2p)

$$\int_1^2 \left(\int_{y^2}^4 f(x, y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y,$$

där f är en kontinuerlig funktion.

(b) Beräkna (4p)

$$\iint_D xye^{(x^2+y^2)^2} \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

där $D = \{(x, y) : 1 \le x^2 + y^2 \le 4, x \ge 0, y \ge x\}$.

5. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (5p)

$$y'' - 2y' - 8y = e^{-2x}.$$

6. (a) Låt $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ vara en funktion i två variabler. Ange definitionen av en stationär punkt till f. (1p)

(b) Antag att $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ är funktioner i två variabler och att (x_0, y_0) är en stationär punkt till både f och g. Visa att (x_0, y_0) även är en stationär punkt till funktionen $h(x, y) = f(x, y) \cdot g(x, y)$. Om (x_0, y_0) är en lokal maximipunkt till både f och g, följer det att (x_0, y_0) är en lokal maximipunkt till h? (4p)