MATEMATISKA INSTITUTIONEN	Tentamensskrivning i
STOCKHOLMS UNIVERSITET	Analys del 2, Matematik I, 5 hp
Avd. Matematik	den 2 juni 2025
Examinator: Jonathan Rohleder	

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

1. Beräkna Maclaurinpolynomet p_2 av grad 2 till funktionen f som ges av (6p)
$$f(x) = e^{-x^2}.$$
Visa dessutom att approximationsfelet som fås när $f(x)$ ersätts med $p_2(x)$ är högst $2 \cdot 10^{-4}$ för $-0{,}1 \leq x \leq 0{,}1$.

2. Bestäm alla primitiva funktioner till (6p)
$$f(x) = \frac{4x^2 + 9x + 5}{(x+2)(x^2+x+1)}.$$

3. (a) Byt integrationsordning i den itererade integralen (2p)
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_{1-\frac{2x}{\pi}}^{\cos x} f(x,y)\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x.$$
(b) Beräkna (4p)
$$\iint_D \left(40 - x^2 - y^2 - 3y\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$
där $D = \{(x,y) : 0 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq 0\}$.

4. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen (3p)
$$y' = e^x y^2$$
som uppfyller $y(0) = 1$.
(b) Finn alla lösningar till differentialekvationen $y'' - 6y' + 9y = 0$. (3p)

5. (a) Bestäm största och minsta värde för funktionen (3p)
$$f(x,y) = e^{x^2}(2 - x^2 - y^2)$$
på den slutna cirkelskivan med radie $\sqrt{2}$ och mittpunkt i origo.
(b) Låt $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ vara en funktion i två variabler. Ange definitionen för den partiella derivatan $\frac{\partial f}{\partial x}$. (1p)
(c) Låt $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ vara partiellt deriverbara i punkten (x_0, y_0). Visa att samma sak gäller för produkten fg och härled en formel för $\frac{\partial (fg)}{\partial x}(x_0, y_0)$. (2p)