MATEMATISKA INSTITUTIONEN	Tentamensskrivning i
STOCKHOLMS UNIVERSITET	Analys del 2, Matematik I, 5 hp
Avd. Matematik	den 29 augusti 2025
Examinator: Jonathan Rohleder	

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

1. Beräkna samtliga primitiva funktioner till (6p)

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+6x+9} + \frac{2x}{x^2+2x+2}.$$

2. (a) Byt integrationsordning i den itererade integralen (2p)

$$\int_1^2 \left(\int_{\ln(x)}^{\ln(2)} f(x,y)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x.$$

(b) Beräkna dubbelintegralen (4p)

$$\iint_D \left(\frac{y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - 2 \right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

där $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x^2+y^2 \le 4 \,\text{och}\, y \ge 0\}$.

3. Bestäm minimum och maximum för funktionen $f(x,y) = e^{x^2+y}$ på triangeln i planet med hörn i $(2,0)$, $(2,2)$ och $(0,2)$. (6p)

4. Finn den allmänna lösningen till differentialekvationen (6p)

$$y'' + y' - 12y = 2e^{3x} + 1.$$

5. (a) Beräkna Maclaurinpolynomet p_2 av grad 2 för (3p)

$$g(x) = \frac{\sin(x)}{e^x}.$$

(b) Antag att $f_1(x) = 5x^{n_1} + B_1(x)x^{n_1+1}$ och $f_2(x) = -3x^{n_2} + B_2(x)x^{n_2+1}$ där B_1, B_2 är funktioner som är begränsade i en omgivning av origo och $n_1, n_2 \ge 1$ är heltal. Bestäm ett heltal $m \ge 0$ för vilket (3p)

$$h(x) = \frac{f_1(x)f_2(x)}{x^m}$$

har ett strängt lokalt extremum i origo. Vilken typ av extremum (minimum eller maximum) handlar det om i så fall?